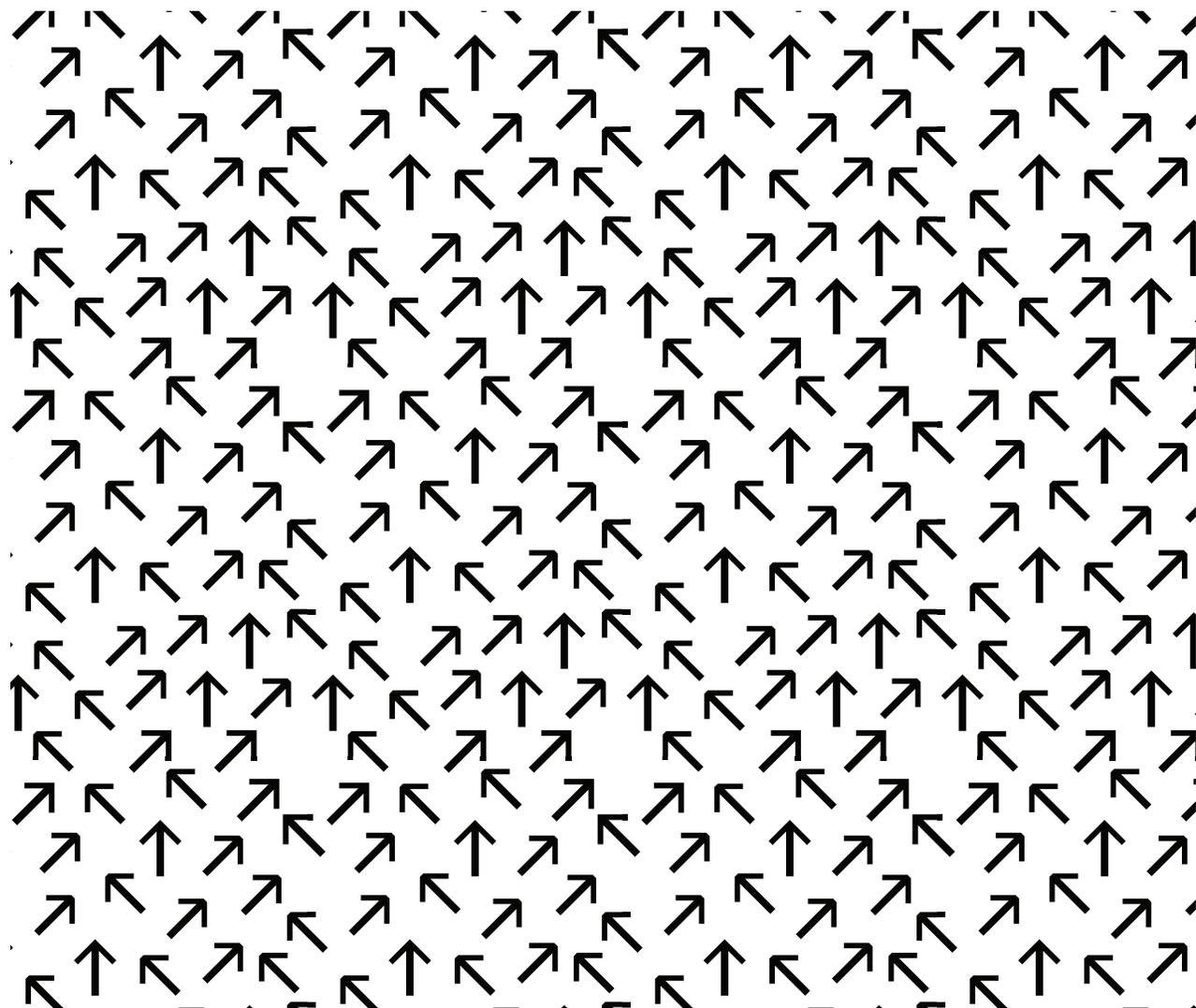


# VECTEURS

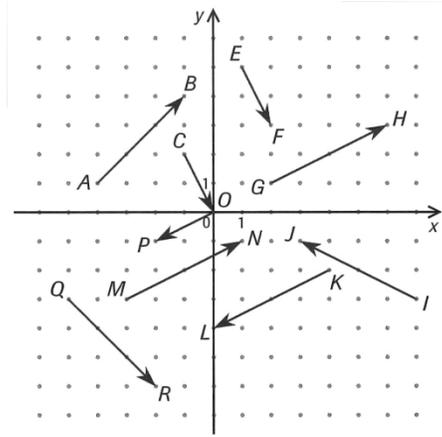


LES MÉCHANTS  
BONS PROBLÈMES

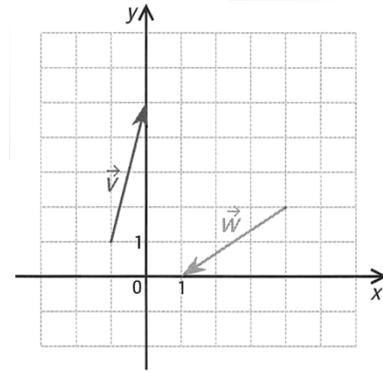
## Méchants bons problèmes : Vecteurs

1- En vous référant au plan ci-contre, répondez aux questions ci-dessous.

- a) Déterminez les flèches :
- 1) qui ont la même direction ;
  - 2) qui ont le même sens ;



2- Donnez les composantes des vecteurs représentés ci-contre .

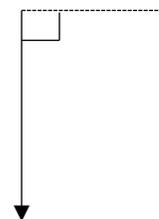
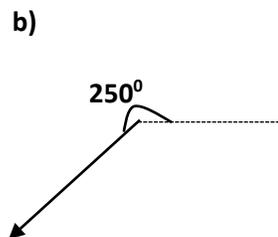
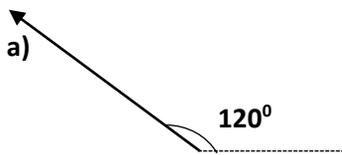


3- Déterminez les composantes des vecteurs suivants :

$\|\vec{v}\| = 80$

$\|\vec{v}\| = 400$

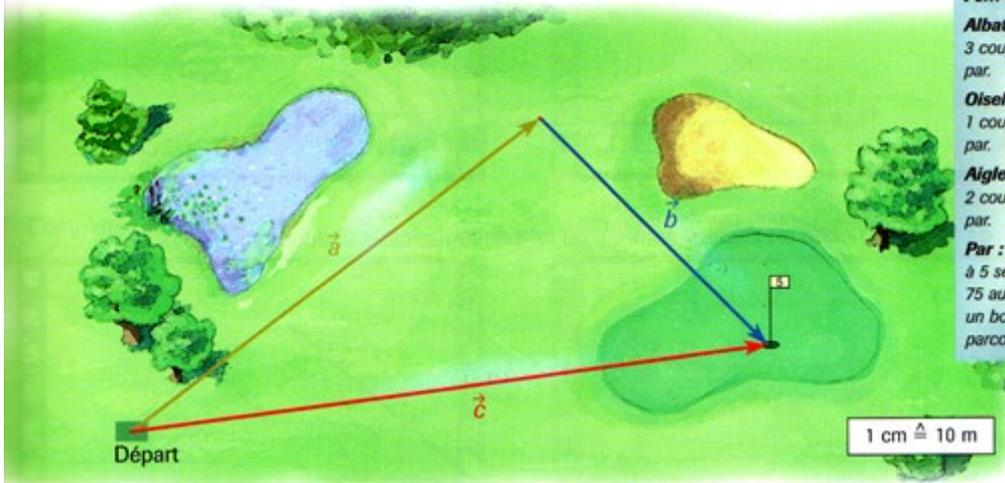
$\|\vec{v}\| = 3$



## ADDITION ET SOUSTRACTION DE DEUX VECTEURS

### Tout un jeu!

Lors de leur dernière partie de golf, Jacques et Guy ont magnifiquement joué au trou numéro 5, classé normale 3. En effet, Guy a logé sa balle directement dans le trou. Impressionné, Jacques a d'abord joué un coup très ordinaire, mais il a ensuite relevé tout un défi quand, à son deuxième coup, il a fait pénétrer la balle directement dans le trou. On a représenté les déplacements de Jacques et de Guy par des flèches. Après son premier coup, Jacques a franchi une distance de 80 m et après son second coup, il a franchi les 50 m qui le séparaient du trou.



#### PETIT LEXIQUE DU GOLF

**Albatros** : trou réussi en 3 coups de moins que le par.

**Oiselet** : trou réussi en 1 coup de moins que le par.

**Aigle** : trou réussi en 2 coups de moins que le par.

**Par** : nombre de coups (3 à 5 selon les trous, 70 à 75 au total) nécessaires à un bon joueur pour un parcours moyen.

- Sachant que 1 cm sur l'illustration équivaut à 10 m dans la réalité, détermine la distance qui sépare le trou du point de départ.
- Cette distance égale-t-elle la somme des distances franchies par Jacques?

*Simon Stevin, physicien flamand célèbre, fut le premier à énoncer la loi d'addition des vecteurs en 1586.*

Cependant, le vecteur représentant le déplacement de Guy représente la somme des deux vecteurs correspondant aux déplacements de Jacques.

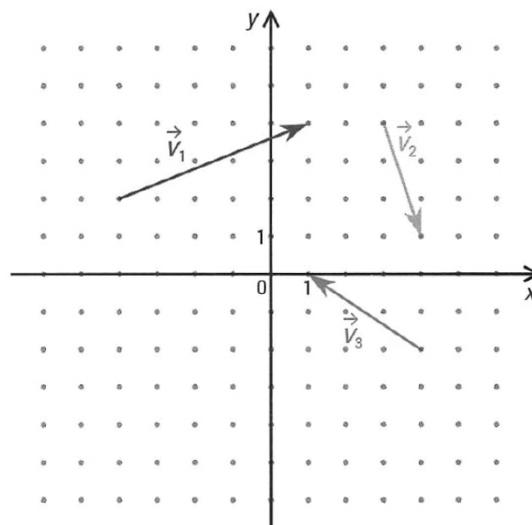
On définit sur les vecteurs une opération appelée **addition** dont le résultat, appelé **somme** ou **résultante**, est un **autre vecteur**.

Cette opération est comparable à la composition de deux translations, la somme correspondant à la flèche de la composée.

4-

Trouver les composantes de la résultante provenant de la somme des vecteurs suivants

- $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$
- $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$



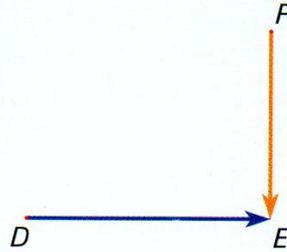
5-

Compare les deux vecteurs représentés et attribue-leur tous les qualificatifs qui conviennent.

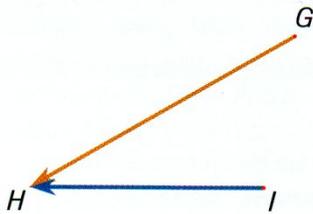
a)  $\overline{AB} \cong \overline{BC}$



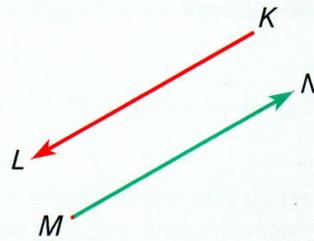
b)  $\overline{DE} \perp \overline{EF}$



c)



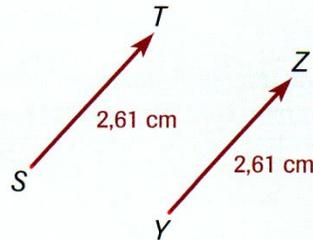
d)  $KLMN$  est un parallélogramme.



e)  $OPQR$  est un trapèze.



f)  $\overline{SY} \cong \overline{TZ}$



6-

Donnez le vecteur opposé à chacun des vecteurs suivants :

a)  $\vec{v}$

b)  $\vec{AB}$

c)  $\vec{u} = (3, -2)$

d) 3 cm, N 30° E

e) 5 km 50° au sud de l'est

7-

Les expressions ci-dessous représentent des flèches dont l'origine et l'extrémité sont deux des quatre points A, B, C, D. Détermine les vecteurs correspondant à :

a)  $\vec{AB} - \vec{AD}$

b)  $\vec{BA} - \vec{DA}$

c)  $\vec{AC} + \vec{AD} - \vec{AD}$

d)  $(\vec{AC} + \vec{CD}) + \vec{DB}$

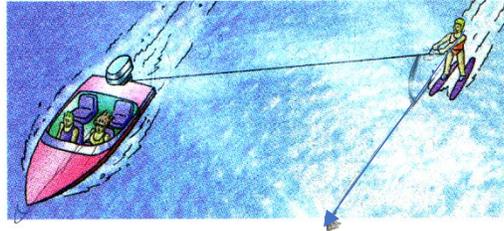
e)  $(\vec{CD} - \vec{AD}) + \vec{AB}$

f)  $\vec{AD} - \vec{CD} - \vec{BC}$

8- Yugo pousse sur un bureau avec une force de 50N. La friction du plancher s'oppose au mouvement avec une force colinéaire de 35 N. Quelle est la grandeur de la force résultante exercée sur le bureau?

9-

Un skieur nautique tient une corde attachée à un bateau. Sa trajectoire forme un angle de  $60^\circ$  avec la corde. Le skieur est tiré par une force de 500 N. Détermine le travail que doit fournir le moteur du bateau pour tirer le skieur sur 500 m.



10- Bo tire une remorque avec ses cheveux. Il exerce une force phénoménale de 130N orientée à  $20^\circ$  par rapport au sol. Combien d'énergie (Le Travail) a-t-il dépensée pour faire avancer la remorque de 25 m ?

11-

Si  $\vec{a} = (-2, 3)$  et  $\vec{b} = (-1, -5)$ , détermine les composantes du résultat.

a)  $3(2\vec{a} + 3\vec{a})$

b)  $(2\vec{a} \cdot 3\vec{b})\vec{a}$

c)  $(\vec{a} + 2\vec{b}) - 2(\vec{a} + \vec{b})$

d)  $(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{a} + \vec{b}) + 2\vec{b} - 3\vec{a}$

12-

On donne le vecteur  $w$  comme une combinaison linéaire de  $i$  et  $j$ . Exprime ces mêmes vecteurs comme une combinaison linéaire de  $\vec{u} = (2, -1)$  et  $\vec{v} = (-1, 3)$ .

a)  $\vec{w} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$

b)  $\vec{w} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

13-

Si  $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$  et  $\vec{v} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$  les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  peuvent-ils être une base vectorielle?

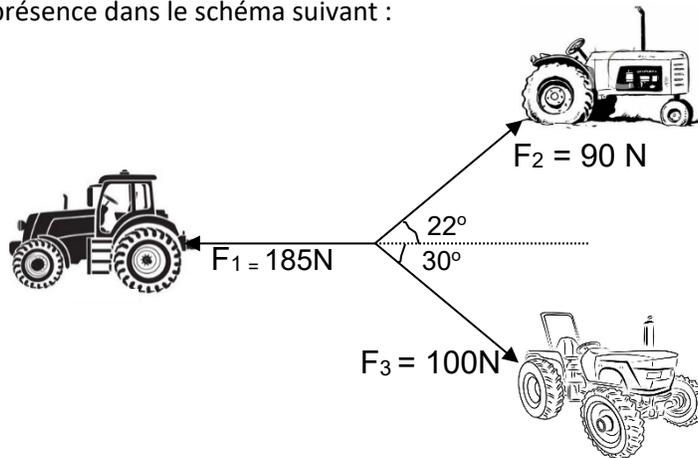
14- Étant donné les vecteurs suivants, exprimer  $\vec{v}$  comme combinaison linéaire de  $\vec{s}$  et  $\vec{r}$ .

$$\vec{s} = (3, 1) \quad , \quad \vec{r} = (2, 4) \quad \text{et} \quad \vec{v} = (3, 4)$$

15- Soit les vecteurs  $\vec{u} = (2,5)$  et  $\vec{v} = (4,-1)$ , trouver l'angle entre ces deux vecteurs.

16-

Trouver la norme et l'orientation de la résultante (force unique produisant le même effet) des forces en présence dans le schéma suivant :

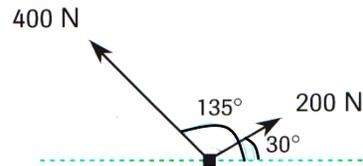


17- Quelle est la valeur de « c » pour que les deux vecteurs suivants soient orthogonaux :  
 $\vec{v} = (c, 8)$  et  $\vec{u} = (4, 3)$

18-

Deux personnes tirent un objet. Les forces appliquées sont respectivement de 200 N et de 400 N, mais dans des orientations différentes, soit  $30^\circ$  et  $135^\circ$ .

- Quelle est l'intensité de l'unique force qui produit le même effet?
- Décris l'orientation de cette force unique.



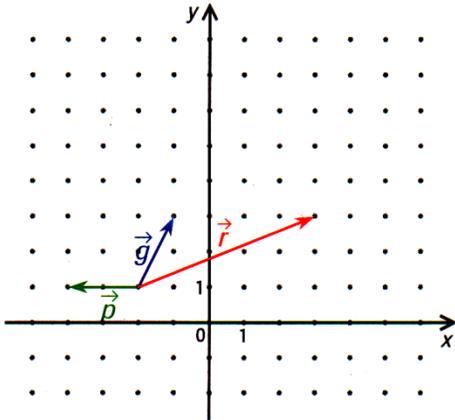
19-

Les moteurs d'un avion le propulsent à une vitesse de 500 km/h dans la direction nord-est. Après un certain temps se lève un vent qui souffle vers l'est à 60 km/h. Que devient alors la vitesse réelle de l'avion par rapport au sol si cette vitesse correspond à la somme vectorielle de ces deux vitesses?



*La vitesse du vent est inversement proportionnelle au sinus de la latitude, c'est-à-dire que, toutes autres conditions étant égales, elle est plus forte aux basses latitudes. On comprend ainsi la violence extrême que peuvent atteindre les vents dans les régions tropicales.*

20- Exprimer le vecteur  $\vec{r}$  comme combinaison linéaire des vecteurs  $\vec{g}$  et  $\vec{p}$

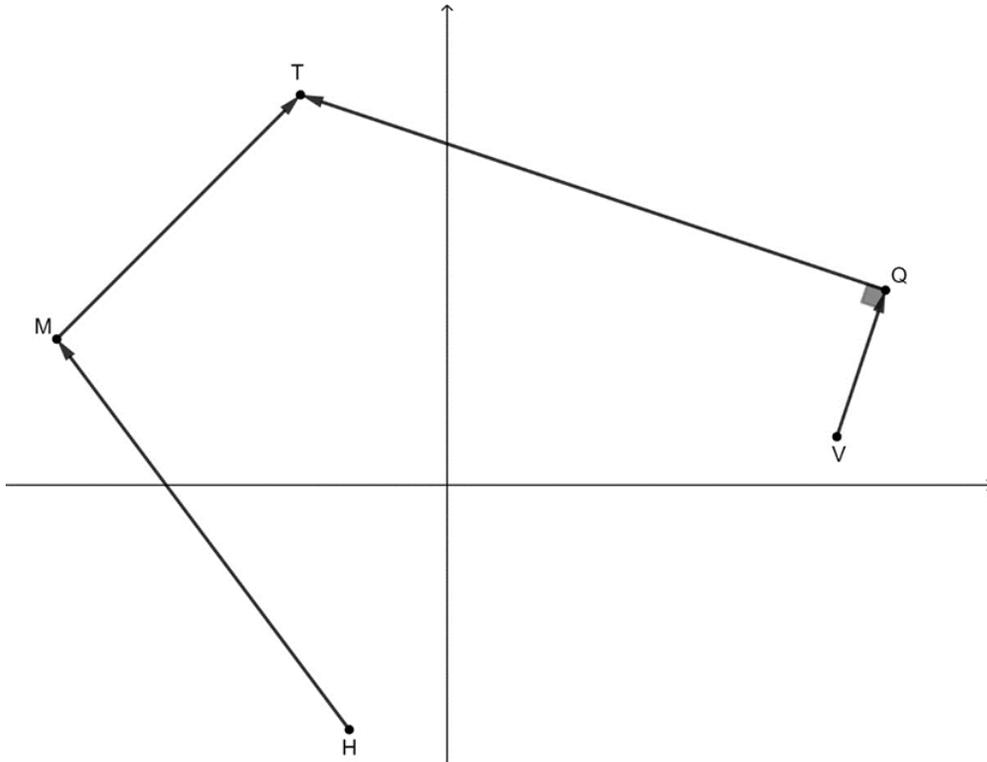


21- Voici des informations sur les vecteurs  $a, b, c, d$  et  $e$ .

- $\vec{u} = (18, -12)$
- $\vec{v} = (\Delta x, -4)$
- $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires
- La norme de  $\vec{w}$  est de 10 unités et son orientation est de  $270^\circ$
- $\vec{x} = \vec{v} - \vec{w}$
- $\vec{y} = (18, 8)$

Trouver la combinaison linéaire des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{x}$  qui permet d'obtenir le vecteur  $\vec{y}$  ?

**22-** Benjamin et Victor font du vélo de montagne et se sont donnés rendez-vous au pied des pistes de Bromont. Dans le plan cartésien ci-dessous, qui est gradué en kilomètres, les vecteurs  $\overrightarrow{HM}$  et  $\overrightarrow{MT}$  représentent les déplacements de Benjamin pour se rendre au pied de la montagne (point T). Les vecteurs  $\overrightarrow{VQ}$  et  $\overrightarrow{QT}$  représentent quant à eux les déplacements de Victor.

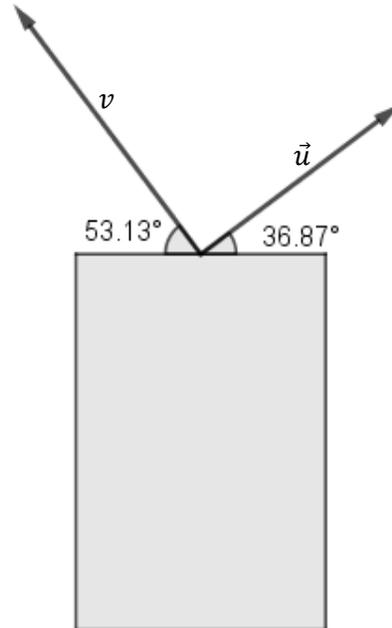


- Les coordonnées des points H et V sont  $H(-2, -5)$  et  $V(8, 1)$ .
- $\overrightarrow{VQ} = (1, 3)$  et  $\overrightarrow{QT} = (-12, \Delta y)$
- $\overrightarrow{VQ} \perp \overrightarrow{QT}$
- $\|\overrightarrow{MT}\| = 5\sqrt{2}$  km
- L'orientation de  $\overrightarrow{MT}$  est de  $45^\circ$ .

Quelles sont la norme et l'orientation du vecteur  $\overrightarrow{HM}$  ?

**23-** En 2060 avant J.-C., des Égyptiens ont construit la pyramide de Khéops. Pour transporter les gros blocs qui forment la pyramide, les ouvriers et les esclaves utilisaient des cordes et des rondins de bois.

Le schéma ci-dessous illustre le déplacement de l'un de ces blocs.



- Chaque ouvrier positionné à droite du bloc applique sur celui-ci une force de 192 N orientée selon le vecteur  $u$  en tirant sur une corde.
- Chaque esclave positionné à gauche du bloc applique sur celui-ci une force de 240 N orientée selon le vecteur  $v$  en tirant sur une corde.
- Pour déplacer le bloc, une force résultante de 1200 N orientée à  $73,7398^\circ$  est nécessaire.

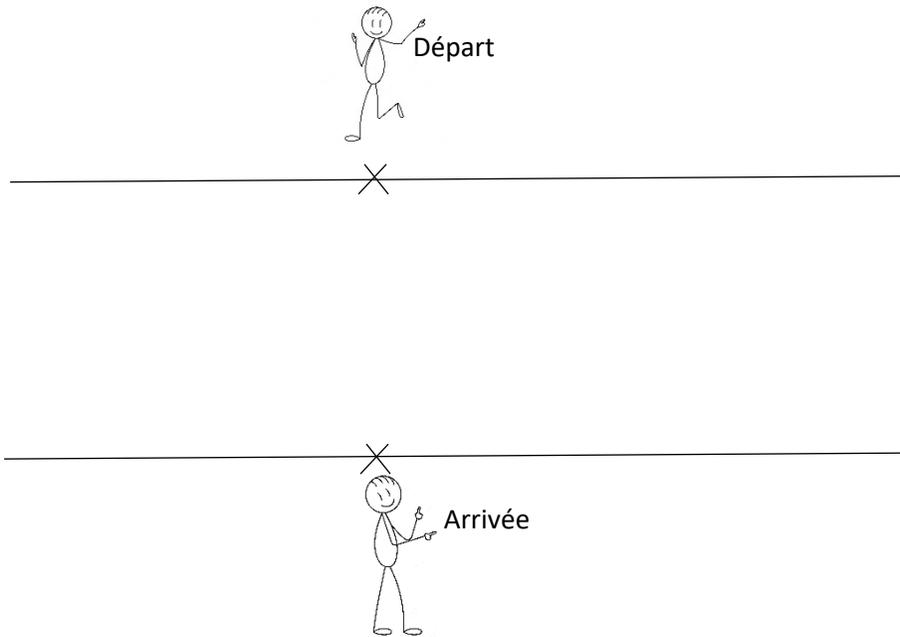
**Combien d'ouvriers et d'esclaves étaient nécessaires pour déplacer ce bloc?**

24-

Soit  $\|\vec{u}\| = 8$  et son  $\theta = 70^\circ$ ,  $\|\vec{v}\| = 5$  et son  $\theta = 160^\circ$  et  $\|\vec{w}\| = 7$  ( $\vec{w}$  se dirige vers le sud-est)

Si  $\vec{v} \cdot \vec{w} = -15$ , trouver l'angle entre  $\vec{u}$  et  $\vec{w}$ .

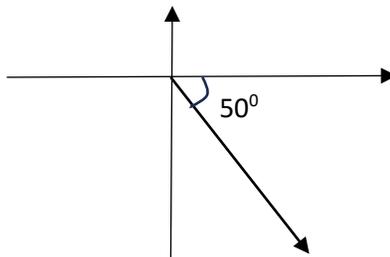
25- M. Doré désire traverser un fleuve de 80 mètres de largeur de sa rive nord vers sa rive sud. La vitesse du courant, qui se dirige vers l'est, est de 0,9 m/s. Il peut nager à une vitesse constante de 1,7 m/s. M. Doré a la ferme intention d'arriver de l'autre côté du fleuve directement en face de son point de départ. Combien de temps son aventure va-t-elle durer?



26- Déterminez quel énoncé représente une grandeur scalaire :

- a)  $9,8 \text{ m/s}^2$  vers le bas
- b)  $50 \text{ km/h}$  vers l'ouest
- c)  $18 \text{ cm}^2$
- d)  $15 \text{ cm}$  vers la droite

27- Déterminer l'orientation du vecteur suivant :



28- Déterminez l'orientation du vecteur de direction Nord-Ouest.

29- Quelle l'orientation du vecteur qui correspond à la direction  $40^\circ$  au nord de l'ouest.

30- Déterminez les composantes du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  si A(-11, 4) et B(-3, 8)

31- Déterminez la norme du vecteur  $\vec{v} = (-12, 5)$

32- Trouvez la norme du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  si A(-3, -2) et B(5, 4)

33- Trouvez l'orientation du vecteur  $\vec{u} = (-3, 5)$

34- Déterminez l'orientation des vecteurs suivants :

a)  $\overrightarrow{BA}$  si A(0, -4) et B(2, -1)

b)  $-\overrightarrow{AB}$  si  $\overrightarrow{AB} = (3, 7)$

35- Simplifiez les expressions suivantes:

a)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{FC}$

b)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AC}$

36- Trouver la résultante  $\vec{u} + \vec{v}$  sachant que :

a)  $\vec{u} = (-4, 3)$  et  $\vec{v} = (-2, -1)$

b)  $\vec{u} = (5, -8)$  et  $\vec{v} = (-3, 2)$

37- Si  $\vec{u} = (-2, 7)$  alors trouvez  $\vec{r}$  lorsque  $\vec{r} = -3\vec{u}$

38- Si  $\vec{u} = (-8, 0)$  alors trouvez  $\vec{r}$  lorsque  $\vec{r} = -\frac{1}{2}\vec{u}$

39- Calculez l'angle entre les vecteurs  $\vec{u} = (2, 1)$  et  $\vec{v} = (-2, 4)$

40- Exprimez le vecteur  $\vec{c} = (-1, 4)$  comme une combinaison linéaire de :

$\vec{a} = (-3, -4)$  et  $\vec{b} = (5, 4)$

41- Trouvez quel vecteur peut former une base vectorielle avec le vecteur  $\vec{a}$

