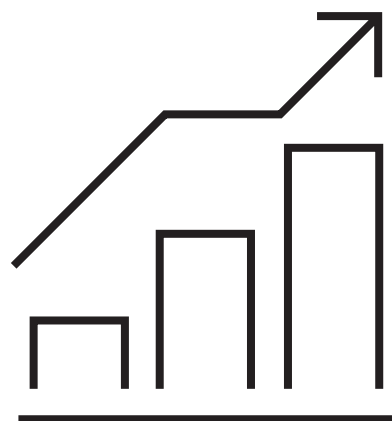


OPTI MISA TION

LES MÉCHANTS
BONS PROBLÈMES



Les méchants bons problèmes : OPTIMISATION

1- Jérémie est un adepte de musique. Il aime particulièrement le rock. Sa collection de chansons comporte au moins 5 fois plus de chansons rock que de chansons de hip hop.

a) Définissez les variables

b) Posez l'inéquation qui décrit la situation

2- Identifiez les variables et traduisez en inéquation la phrase suivante : Un salon de coiffure vend au moins 100 bouteilles de revitalisant de plus que de bouteilles de shampooing.

3- Dans la situation suivante, identifiez les variables et posez le système d'inéquations.

Dans un jardin municipal fleurissent des tulipes noires et des tulipes blanches. Au total, on dénombre plus de 4000 tulipes. Le nombre de tulipes blanches augmenté de 500 est au minimum le double du nombre de tulipes noires.

4- Un camion transporte des matelas et des oreillers emballés individuellement dans des boîtes. Le transport d'un oreiller rapporte au camionneur 1,50\$ et celui d'un matelas, 17\$. Il n'y a pas plus de 75 boîtes dans le camion. Si on ajoute 8 oreillers, le nombre d'oreillers est au moins 3 fois plus grand que le nombre de matelas. Ce transport doit rapporter au camionneur au moins 330\$. En utilisant la variable x pour représenter le nombre d'oreillers et la variable y pour représenter le nombre de matelas, exprimer les contraintes suivantes sous formes d'inéquations.

a) Le nombre d'oreillers et le nombre de matelas doivent être positifs.

b) Il n'y a pas plus de 75 boîtes dans le camion.

c) Si on ajoute 8 oreillers, le nombre d'oreillers est au moins 3 fois plus grand que le nombre de matelas.

d) Ce transport doit rapporter au camionneur au moins 330\$.

5- Géraldine est propriétaire d'un verger. À l'automne, une fois la cueillette des pommes terminée, elle sélectionne celles de moins belle apparence pour en faire du jus qu'elle vend dans des contenants de 1 L et de 2 L. Cette année, elle a produit au moins 100 L de jus. Géraldine a observé que le format de 1 L est au moins 5 fois plus en demande que le format de 2 L. En tout, elle dispose au maximum de 94 contenants. On s'intéresse à la répartition du jus dans les contenants de 1 L et de 2 L pour la vente.

Identifier les deux variables et traduisez les contraintes de cette situation par un système d'inéquations.

6- Un groupe de jeunes désirant participer à une bonne œuvre ont organisé un lavothon. On demande 4\$ pour un lavage extérieur d'une voiture et 6\$ pour un lavage complet incluant l'intérieur. Durant l'avant-midi, Arif a amassé au plus 28\$. Il a fait au moins autant de lavages complets que le double de lavages extérieurs diminué de 6. On s'intéresse au nombre de lavages de chaque type il a pu faire. Tracer le polygone de contraintes relié à cette situation.

7- Pour Pâques, Macha veut offrir au moins 12 chocolats à ses amies tout en respectant leurs goûts, plus que capricieux. Au moins 2 d'entre elles adorent le chocolat blanc. Même si le chocolat noir coûte plus cher, Macha compte acheter au moins 2 fois plus de chocolats noirs que de blancs, mais pas plus de 20 chocolats noirs. Un chocolat blanc coûte 2\$ et un chocolat noir 4\$. Combien de chocolats de chaque sorte doit-elle faire afin de minimiser ses coûts tout en respectant les goûts de ses amies ?

- a) Identifier les deux variables.
- b) Poser les inéquations.
- c) Trouver la règle de l'objectif
- d) Bâtir le polygone de contraintes.
- e) Trouver la solution optimale liée au contexte.

8- Une agricultrice cultive des haricots et des carottes. Cette année, elle désire consacrer une surface au moins 2 fois plus grande aux haricots qu'aux carottes. Au printemps, il faut 2 jours pour ensemer un hectare de haricots et 3 jours pour un hectare de carottes. L'agricultrice dispose d'un maximum de 24 jours pour effectuer ce travail. Pour répondre à ses besoins, elle doit ensemer au moins 6 ha de haricots et au moins 2 ha de carottes.

- a) Identifier les variables.
- b) Donner les inéquations qui traduisent les contraintes dont on doit tenir compte.

9- Une entreprise de menuiserie fabrique des armoires en érable et d'autres en chêne. On peut y produire au plus 90 armoires par mois. Selon le carnet de commandes, on devra fabriquer au moins 50 armoires en érable et au moins 20 en chêne chaque mois. Toutefois, vu les réserves limitées de bois de chêne, l'entreprise doit produire au moins 2 fois plus d'armoires en érable que d'armoires en chêne. On réalise un profit de 150\$ sur la vente d'une armoire en érable et de 275\$ sur la vente d'une armoire en chêne. On désire connaître le nombre d'armoires de chaque type que l'entreprise doit livrer mensuellement pour obtenir un maximum de profits.

10- Une usine de maisons préfabriquées conçoit des maisons de deux modèles : l'un avec garage et l'autre sans garage. L'usine peut produire un maximum de 22 maisons par mois et doit en livrer au moins 18. Compte tenu de l'inventaire, on décide de construire au moins 6 maisons sans garage au cours du mois. Pour remplir les besoins des contracteurs, on doit mettre en chantier au moins 2 maisons sans garage de plus que de maisons avec garage. Les coûts de construction du modèle avec garage sont de 138 000\$ et ceux du modèle sans garage 135 000\$. Combien de maisons de chaque modèle l'usine doit-elle construire pour minimiser ses coûts de production et respecter son carnet de commande?

11- Une artiste doit fabriquer des trophées et des plaques qui seront distribués aux élèves lors du gala Méritas. Les lauréats recevront un trophée et les finalistes une plaque. On désire récompenser un minimum de 8 lauréats et un maximum de 56 finalistes. De plus, on prévoit remettre au moins 2 fois plus de plaques que de trophées. La fabrication d'un trophée nécessite 8 g de bronze et celle d'une plaque 4 g. L'artiste dispose d'au plus 320 g de bronze. Un trophée coûte à l'école 30\$ et une plaque, 12\$. Combien de lauréats et de finalistes l'école doit-elle retenir afin de minimiser ses coûts lors de la remise des prix?

12- IGA offre en promotion des tomates et des petits pois. Pour profiter de l'aubaine, M. Yang, un client fidèle, doit acheter au moins 2 caisses de tomates et 3 caisses de pois. Une caisse contient 12 boîtes de conserve. M. Yang ne peut acheter plus de 10 caisses. La famille Yang consomme au maximum 2 fois plus de tomates que de pois. Si l'économie réalisée est de 0,10\$ par boîte de tomates et de 0,15\$ par boîtes de petits pois, calculer l'économie maximale que peut réaliser M. Yang en profitant de cette aubaine.

13- Une compagnie pharmaceutique fabrique deux types de pastilles, des rouges et de vertes, pour soulager le rhume. Chaque pastille contient un analgésique et un décongestionnant. Chaque pastille rouge contient 0,5 mg de décongestionnant et 10 mg d'analgésique, et chaque pastille verte contient 0,8 mg de décongestionnant et 8 mg d'analgésique. La vente d'une pastille rouge rapporte 0,10\$ et celle d'une verte 0,08\$. Les quantités de décongestionnant et d'analgésique disponibles sont respectivement de 5000 mg et de 80 000 mg. Combien de pastilles de chaque sorte la compagnie devrait-elle produire pour maximiser son profit?

14- Résoudre algébriquement les inéquations suivantes :

a) $5(x-2) \geq \frac{3x+1}{-3}$ b) $-2,5(8+x) \leq -x + 3(1,5x - 4)$ c) $-(-6x+2) > 16 - 3x$ d) $\frac{6-x}{3} > 14$

e) $\frac{2x-6}{-2} \leq \frac{1-x}{3}$

15- À bord d'un autobus scolaire, on retrouve des élèves (x) et des animateurs (y). Traduis algébriquement chacune des informations suivantes.

- a) Il y a au moins 40 personnes dans l'autobus.
- b) Il y a au moins 5 fois plus d'élèves que d'animateurs.
- c) Il y a au maximum 55 personnes dans l'autobus.

16- Yvan Despiles est le propriétaire d'une compagnie de batteries.

Il vend deux types de produits : des batteries de petit format et des batteries de grand format.

Différentes contraintes limitent le nombre de batteries de chaque format qu'il peut vendre à chaque jour :

- Le nombre total de batteries qu'il peut vendre ne dépasse pas 120.
- Il peut vendre au plus le triple de batteries de grand format que de batteries de petit format.
- Le nombre de batteries de grand format qu'il peut vendre est d'au moins 45.

Pour chaque batterie petit format qu'il vend, Yvan réalise un profit de 4,25 \$. Pour chaque batterie de grand format qu'il vend, il réalise un certain profit mystère qu'il ne peut vous dévoiler à l'instant...

Aujourd'hui, Yvan Despiles a réalisé le profit maximal possible, soit 847, 50 \$.

Quel profit Yvan réalise-t-il sur la vente de chaque batterie de grand format ?

17- Voulant se distinguer de ses concurrents, une entreprise se lance dans la fabrication de shampoing à saveur de gomme balloune. Le shampoing se vend en contenants de 200 ml et de 600 ml. L'entreprise compte embouteiller chaque jour au moins 60 l de shampoing. Toutefois, il n'est pas possible de produire plus de 120 contenants par jour. On prévoit écouler au moins 4 fois plus de petits formats que de gros. Dans ces conditions, quel sera le profit maximal quotidien de l'entreprise si ce profit est de 1\$ pour 100 ml?

18- Soit le problème d'optimisation suivant :

Minimiser : Coûts = $3x + 2y$, tel que

$$x + y \geq 10$$

$$2x + y \leq 15$$

$$x - 2y + 14 \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Quel est le coût et le sommet qui le minimise?

19- Les Canadiens de Montréal espèrent remporter cette saison au plus 40 victoires. L'organisation pense perdre au moins 10 matchs en prolongation. On prévoit que le nombre de victoires sera au moins 2 fois plus grand que le nombre de matchs perdus en prolongation. Les statistiques avancées affirment que le nombre de victoires jumelées avec le nombre de défaites en prolongation sera au minimum 45. On attribue 2 points par victoire et 1 point par partie perdue en prolongation. Selon ces projections, quels sont les minimum et maximum de points que peut obtenir le Canadien au classement cette saison?

20- Pour financer un voyage étudiant, les élèves vendent des tablettes de chocolats de deux formats, des tablettes de 50 g et des tablettes de 100 g. Comme ils veulent rentabiliser leurs ventes, les élèves décident de confectionner eux-mêmes leurs tablettes de chocolat. Pour ce faire, ils décident d'acheter 75 000 g de chocolat. Ils conçoivent au maximum 3 fois plus de tablettes de 50 g que de tablettes de 100 g. Enfin, ils confectionnent au plus 500 tablettes de 100 g. Les élèves prévoient vendre 2\$ les tablettes de 50 g et 3,50\$ les tablettes de 100 g.

Quel profit maximal les élèves peuvent-ils espérer faire avec la vente de chocolat si l'achat du chocolat, nécessaire pour produire les tablettes, a coûté 850\$?

21- Résoudre les inéquations suivantes

- a) $-2(x + 1) \geq -6$
- b) $5(x - 1) - 6(x + 1) > 0$

22- Traduisez les énoncés suivants en inéquations

- a) Dans un magasin de fleurs des roses jaunes coûtent 2\$ et des roses rouges coûtent 3\$. On ne veut pas payer plus de 25\$ pour un bouquet de fleurs comprenant des roses jaunes et rouges. (x : nombre de roses jaunes et y : nombre de roses rouges)
- b) Bob a au plus 10\$ de plus que Pol (x : montant d'argent de Bob et y : montant d'argent de Pol)
- c) Dans un magasin de cartes sportives, le propriétaire décide de mettre en rabais au moins 20 cartes de baseball de plus que de cartes de hockey. (x : nombre de cartes de hockey et y : nombre de cartes de baseball)
- d) Dans un sac il y a deux fois plus de billes rouges que de billes bleues. (x : nombre de billes bleues et y : nombre de billes rouges)

23- Représentez graphiquement l'ensemble solutions de

- a) $y > 2x - 4$
- b) $2x + 3y - 6 \geq 0$

24- Tracez le polygone de contraintes associé à ce système d'inéquations et indiquez ses sommets.

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x + y \leq 10$$

$$3x + y \geq 9$$

$$y \leq x + 1$$