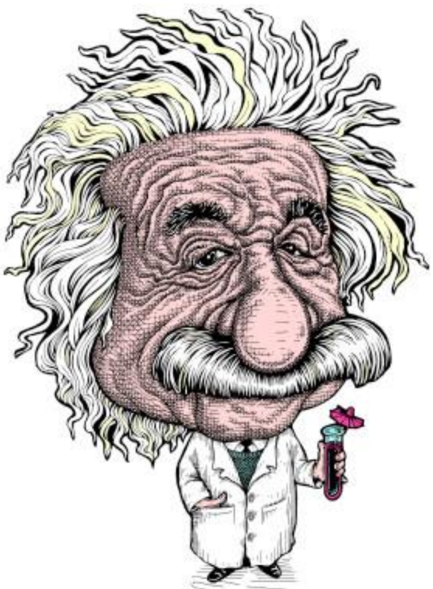
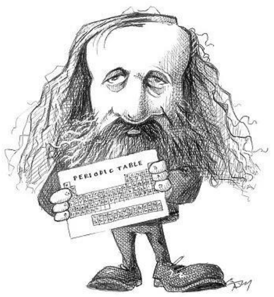
LES DERNIERS MÉCHANTS BONS PROBLÈMES

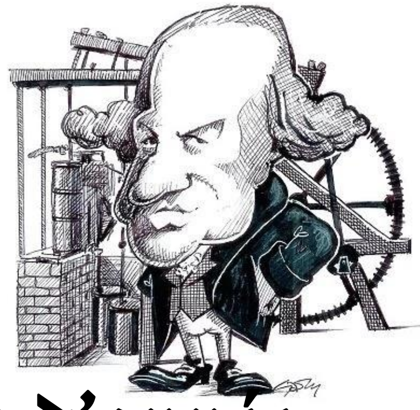
2024









Document de révision de fin d'année

$1^{ère}$ partie
Problèmes sur la trigonométrie

#1

a) Trouvez la mesure en degrés d'un angle mesurant $\frac{5\pi}{9}$ radians?

b) Le point trigonométrique P(20) se trouve dans quel quadrant ?

#2

Soit la fonction :

$$f(x) = 3\sin 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$$

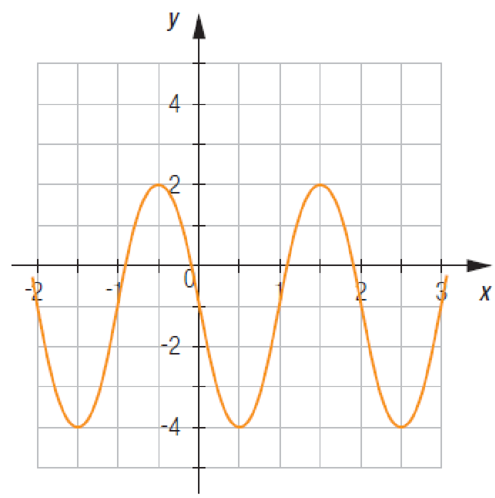
a) Quelle est l'amplitude et la période de cette fonction?

b) Trace le graphique de cette fonction.

c) Déterminez les zéros de cette fonction.

#3

Quelle est la règle de la fonction suivante ?



#4

Résoudre les équations trigonométriques suivantes.

a) $0 = 2\cos\pi(x+1) - \sqrt{3}$

b) $0 = 3\tan 5x - 3$

c) $0 = 8\cos(5x+2) - 7$

d) $0 = 2\sin 4(x - \frac{\pi}{2}) - \sqrt{2}$

#5

Démontrer les identités suivantes.

a) $\frac{\sec \theta}{\cos \theta} - \frac{\tan \theta}{\cot \theta} = 1$

b) $\tan \theta (\sin \theta + \cot \theta \cos \theta) = \sec \theta$

c) $\frac{1 - sin^2\theta}{\sin \theta} \sec \theta = \cot \theta$

d) $\frac{cos^2 \theta \tan \theta}{\cot \theta} = sin^2\theta$

e) $\frac{cot^2\theta + 1}{\cot \theta} - \cot \theta = \tan \theta$

f) $\frac{\cot \theta}{\csc \theta - \sin \theta} = \sec \theta$

g) $\frac{\csc \theta - \sin \theta}{\cos \theta} = \cot \theta$

h) $\tan \theta + \cot \theta = \sec \theta \csc \theta$

#6

Camille s'amuse sur un simulateur de conduite automobile. Janie, qui l'observent depuis 10 minutes, constate qu'elle appuie sur l'accélérateur, puis relâche la pression de telle sorte que sa vitesse varie selon une courbe sinusoïdale dont la règle est :

$f(x) = 20 \sin \frac{\pi}{4} x + 100$, où x est le temps en seconde et f(x) la vitesse en km/h.

a) Quel est l'écart entre les vitesses maximale et minimale enregistrées au cours de cette période ?

b) À quels moments durant les 18 premières secondes, Camille a-t-elle atteint une vitesse de 110 km/h ?

#7

Évaluer les expressions suivantes

a) arcsin(cos 5π/6)

b) arccos (-1/2)

#8

Pour vérifier l’état de sa roue de bicyclette, Ryder place sa bicyclette sur un support et fait rouler la roue dans le vide de sorte qu’elle fasse 3 tours par minute. Le diamètre de la roue est de 60 cm et la hauteur minimale atteinte par la valve permettant de gonfler le pneu est de 16 cm au-dessus du sol.

a) Détermine la règle d’une fonction trigonométrique qui permet de calculer la hauteur de la valve par rapport au sol en fonction du temps écoulé en secondes. Au début de l’expérience, la valve du pneu est à son point le plus bas.

b) Trouver la hauteur de la valve au temps 10 sec.

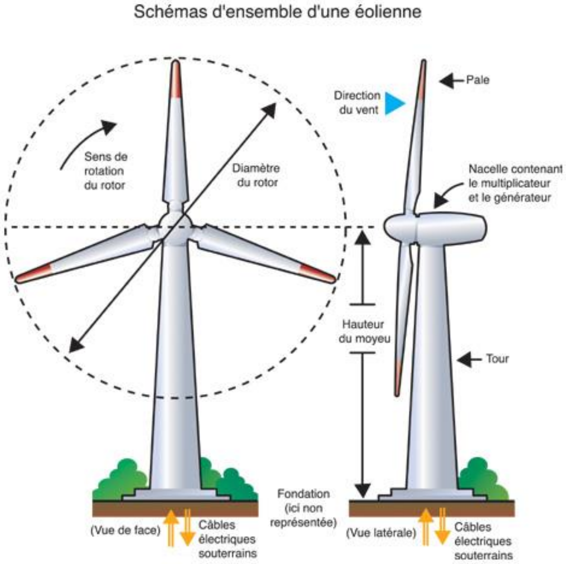
#9

Amélie est une ingénieure reconnue mondialement, son expertise outrepasse les frontières du globe. Ses recherches l’amènent à découvrir la règle du mouvement d’une pale d’une éolienne en fonction du temps. Une pale effectue 4 tours par minute De plus, le diamètre du rotor est de 80 mètres et la hauteur maximale de la pointe d’une pale par rapport au sol est de 130 m.

a) Aider Amélie à découvrir la règle d’une fonction trigonométrique qui permet de calculer la hauteur de la pale no. 1 par rapport au sol en fonction du temps écoulé en secondes. Au temps initial, la pale no. 1 est à son point le plus haut comme la figure l’illustre.

b) Trouver les 6 premiers moments où de la pale no. 1 a atteint une hauteur de 100 m.

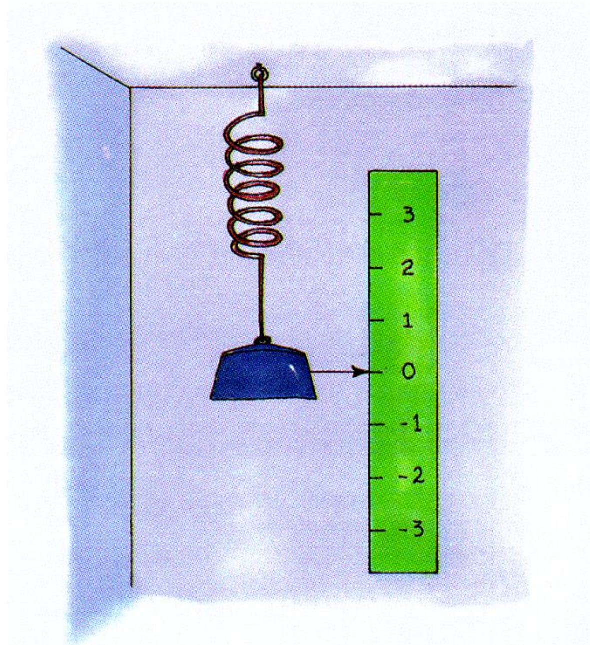
Schémas d'ensemble d'une éolienne



 # 10
Un objet suspendu à un ressort est tiré vers le bas. Lorsque l'objet est relâché, il effectue un va-et-vient où sa hauteur en fonction du temps suit la règle suivante :

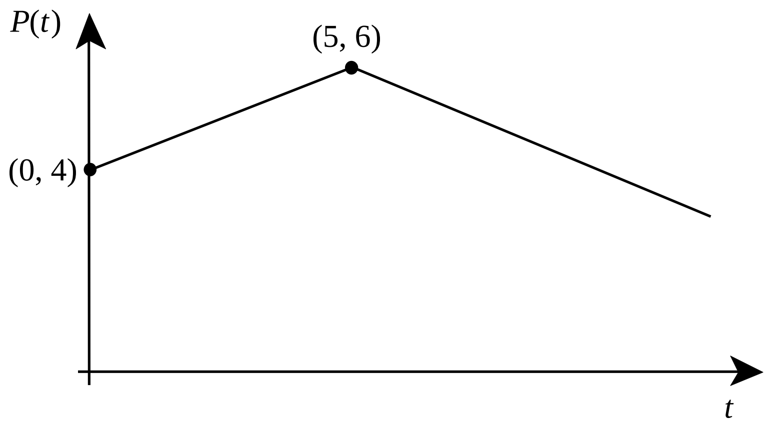
$$h(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{4} (x - 2) \right]$$

Trouver les moments, durant les 20 premières secondes, où l'objet a été à une hauteur de 1,5 cm au-dessus de son point d'équilibre.



2ème partie
Révision

#11
Au marché « Bons Fruits », on observe que le prix d'un kilogramme de raisins verts varie selon la règle de la fonction valeur absolue illustrée ci-dessous.



où t représente le nombre de mois écoulés depuis le début des observations $t \in [0, 12]$
et $P(t)$ représente le prix d'un kilogramme de raisins verts, en dollars.

Pendant combien de mois au cours de cette période le prix d'un kilogramme de raisins verts a-t-il été d'au moins 4,40 $?

#12

Résoudre les équations valeurs absolues suivantes :

a) $-2|3x-4|+5 = -7$
b) $4|x-1|+1 = 8x-3$

#13

Pour chacune des fonctions rationnelles suivantes, trouver le zéro et les intervalles lorsque la fonction est positive et négative.

a) $f(x) = \frac{-3}{x+2} + 5$

b) $g(x) = \frac{8}{x-4} - 2$

c) $h(x) = \frac{6x-1}{2x+3}$

#14

Exprimer le vecteur $\vec{w}$ comme combinaison linéaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$

a) $\vec{w}$ = (-8, 14), $\vec{u}$ = (2, 5) et $\vec{v}$ = (-3, 1)
b) $\vec{w}$ = (7, 20), $\vec{u}$ = (-3, 2) et $\vec{v}$ = (4, 6)

#15

Pol effectue un placement à la banque de 8600$. Le taux d’intérêt annuel offert est de 5%.

a) Trouver le montant final après 4 ans, si les intérêts sont capitalisés à tous les 3 mois.
b) Trouver le montant final après 4 ans, si les intérêts sont capitalisés à tous les mois.
c) Dans combien d’années, le montant de son placement sera de 12 000$, si les intérêts sont capitalisés à tous les 6 mois.
d) Dans combien d’années, le montant de son placement sera de 12 000$, si les intérêts sont capitalisés à tous les 4 mois.

#16

Résoudre les équations exponentielles suivantes :

a) $4^{x+3} = 9^{-2x+3}$
b) $3^{4x} = 15^{5x+6}$
c) $12 \bullet 2^{x-10} - 13 = 2$
d) $-4 \bullet 5^{4x} + 9 = -20$
e) $2^{x-1} \bullet 5^{2x-3} = 13^{5x+6}$

#17

Résoudre les équations logarithmiques suivantes

a) $log_2(x+4) + log_2(2x-1) = 3$
b) $log_{1/2}(x) + log_{1/2}(x+10) = -4$
c) $log_5(3x-2) = 2 + log_5(x-6)$

#18

On cherche à maximiser l'aire d'un trapèze dont la hauteur est de 8 cm. Voici les consignes à respecter :

- La grande base dépasse la petite base d'au plus 10 cm.
- La petite base est au moins de 2 cm de longueur.
- La grande base est au moins le double de la longueur de la petite base.

Soit «x» la longueur de la petite base et «y» la longueur de la grande base, trouver les dimensions de ce trapèze afin de maximiser son aire.