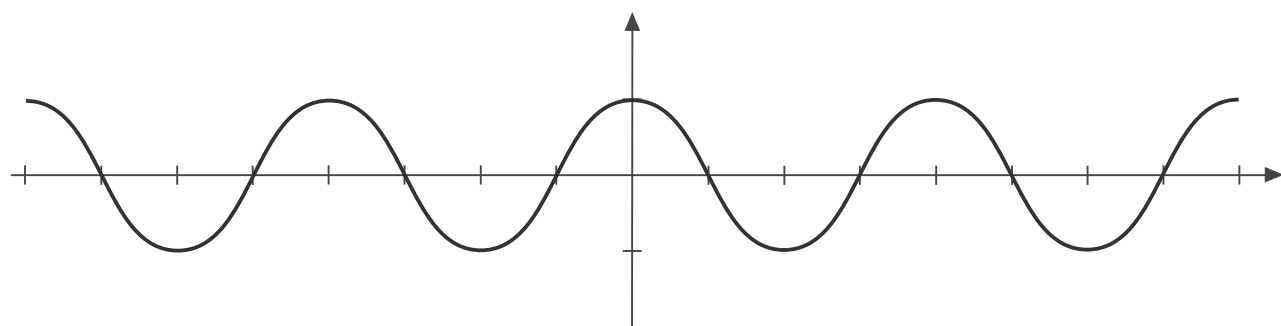


FONC TIONS

TRIGONOMÉTRIQUES

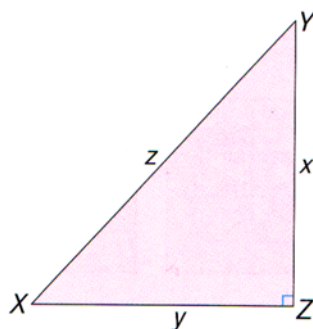


LES MÉCHANTS
BONS PROBLÈMES

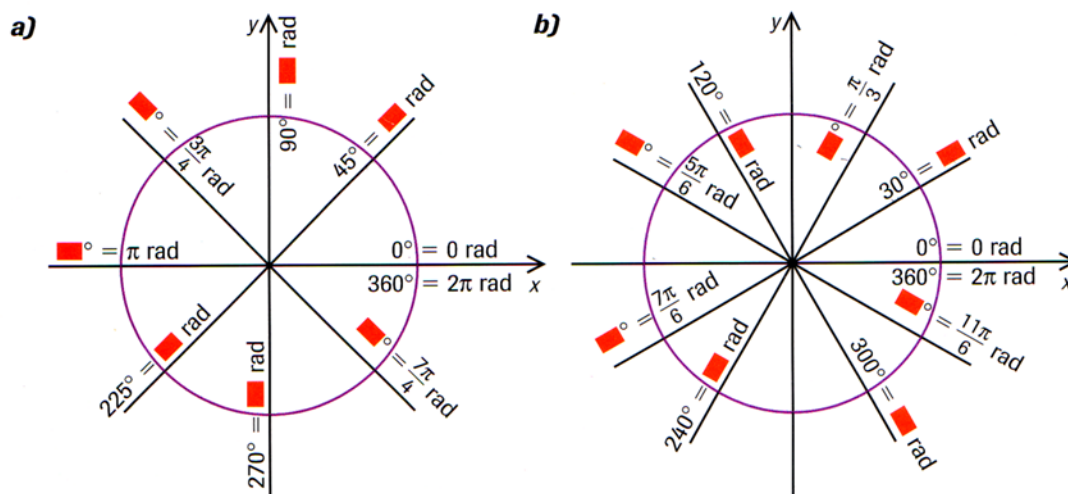
Méchants bons problèmes : Les fonctions trigonométriques

1- Le triangle XYZ est rectangle en Z et les mesures de ses côtés sont x , y et z . Écris sous la forme d'un rapport la valeur de :

- | | |
|-------------|-----------------------------|
| a) $\sin X$ | b) $\cos Y$ |
| c) $\tan X$ | d) $\operatorname{cosec} Y$ |
| e) $\sec X$ | f) $\cot Y$ |



2- Complète les graphiques suivants en indiquant les mesures manquantes en degrés ou en radians, selon le cas.



3- Exprimer chacune des mesures suivantes en radians.

- a) 350° b) 140° c) 70° d) -110°

4- Exprimer chacune des mesures suivantes en degrés.

- a) $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$ b) $\frac{5\pi}{12} \text{ rad}$ c) $-3\pi \text{ rad}$ d) 7 rad e) $0,75 \text{ rad}$

5- Dans quel quadrant se situe chacun des points trigonométriques suivants?

- a) $P\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ b) $P\left(\frac{7\pi}{3}\right)$ c) $P(-23)$ d) $P(90)$

6- Donnez les coordonnées exactes des points trigonométriques suivants.

- a) $P(0)$ b) $P\left(\frac{-\pi}{2}\right)$ c) $P(\pi)$ d) $P(-2\pi)$ e) $P\left(\frac{-3\pi}{2}\right)$
 f) $P\left(\frac{29\pi}{6}\right)$ g) $P\left(\frac{27\pi}{4}\right)$ h) $P\left(\frac{-11\pi}{6}\right)$ i) $P\left(\frac{25\pi}{2}\right)$

7- Déterminez les valeurs exactes et sans calculatrice de :

a) $\sin \frac{\pi}{3}$

b) $\sin \frac{5\pi}{6}$

c) $\cos \frac{\pi}{4}$

d) $\cos \frac{7\pi}{6}$

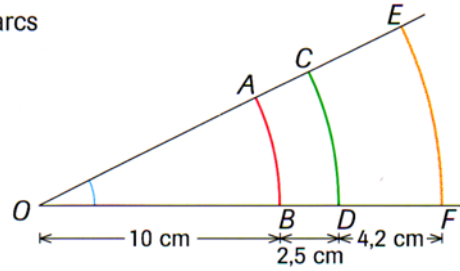
e) $\tan -\frac{\pi}{3}$

f) $\cot \frac{4\pi}{3}$

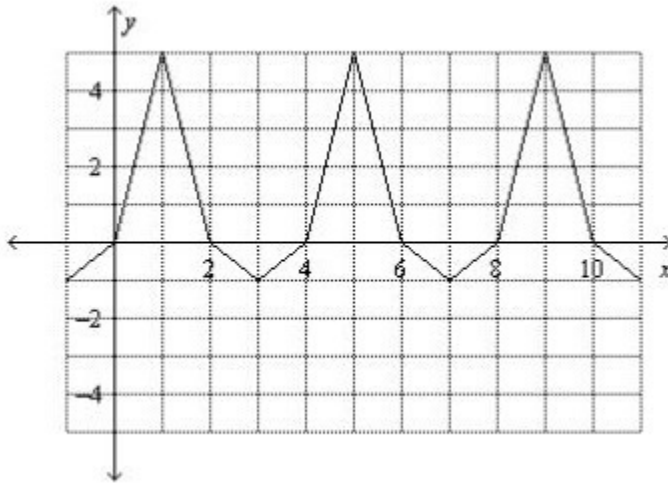
g) $\csc \frac{3\pi}{4}$

h) $\sec 3\pi$

8- Quelle est la longueur de chacun des arcs identifiés si l'angle EOF mesure $\frac{\pi}{5}$ rad?



9- Trouver l'amplitude et la période de cette fonction.



10- Pour chacune des fonctions sinusoïdales suivantes :

$f(x) = 2 \sin \pi(x-3) + 1$

$g(x) = -2 \sin 4\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$

a) Déterminer la période et l'amplitude de cette fonction

b) Tracer deux cycles complets de cette fonction

11- Trouver les zéros de :

a) $y = -3\sin(x) + 2$

b) $y = -\sin(x) + 3,5$

c) $y = 2 \sin 2(x - \pi) + \sqrt{2}$

d) $y = -4 \sin \frac{\pi}{4}(x+1)$

e) $y = 7 \sin(x-1) + 6$

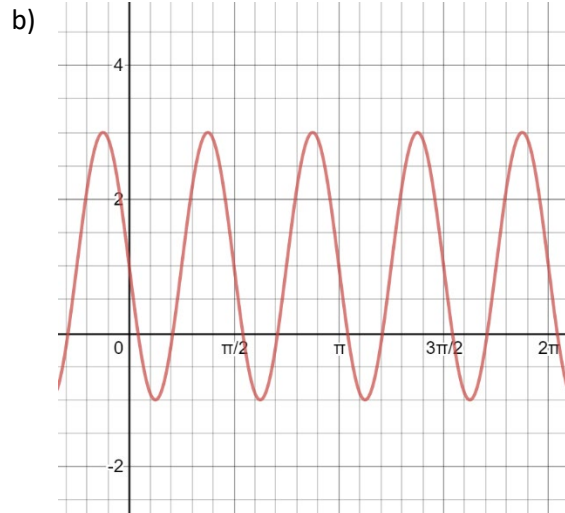
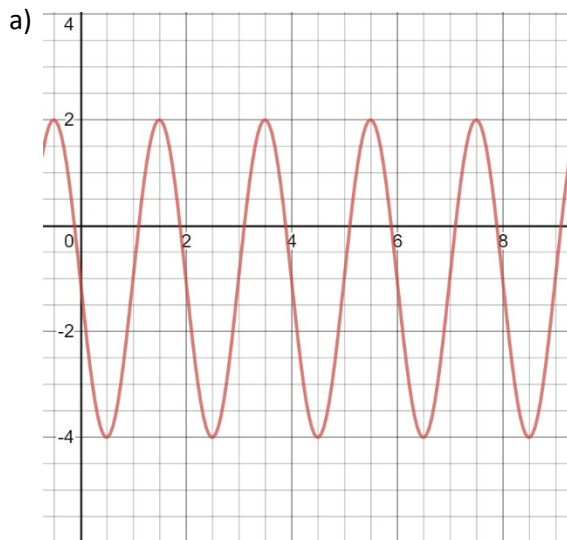
f) $y = -5 \sin(2x-3) + 4$

g) $y = 2 \sin \frac{\pi}{2}(x-1) + \sqrt{3}$

h) $y = 4 \sin 2\left(x - \frac{\pi}{7}\right) + 2$

i) $y = 6 \sin\left(\frac{\pi x}{12} - \frac{2\pi}{3}\right) - 3$

12- Trouver la règle des fonctions sinus suivantes



13- Une personne roule à vélo à une vitesse constante. La hauteur h (en cm) de l'extrémité de la valve de la chambre à air de la roue avant par rapport au sol est déterminée par la règle $h = 14 \sin 15(t - 15) + 18$, où t correspond au temps (en s). Combien de temps prend cette roue pour faire un tour complet?

14- Une génératrice produit du courant dont l'intensité I , mesurée en ampères, se traduit par la règle $I = 35 \sin 0,06\pi t$, où t est le temps en millisecondes.

Après combien de temps, l'intensité du courant atteint-elle 25 A :

a) la première fois ? b) la cinquième fois ?

15- Pendant 4 ans, des océanographes ont compilé des données sur la masse des grands requins blancs. Ils ont observé que la masse varie selon la règle :

$$m(t) = 25 \sin\left(\frac{\pi t}{12}\right) + 80 \text{ où } t \in [0, 48[$$

Où t représente le nombre de mois écoulés depuis le début des observations et $m(t)$ représente la masse des requins blancs en tonnes.

Pendant la période d'observation, soit durant les 48 premiers mois, à quels moments la masse des requins blancs a-t-elle été d'exactement 100 tonnes?

16- Pour chacune des fonctions sinusoïdales suivantes :

$$f(x) = -2 \cos \frac{\pi}{2}(x+1) + 3 \quad g(x) = 3 \cos -\frac{1}{2}(x+\pi) + 1$$

a) Déterminer la période et l'amplitude de cette fonction

b) Tracer deux cycles complets de cette fonction

17- Trouver les zéros de :

a) $y = \cos 3(x-\pi)$

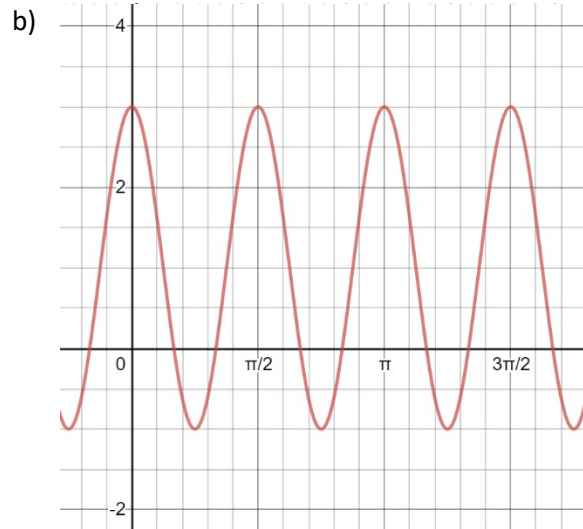
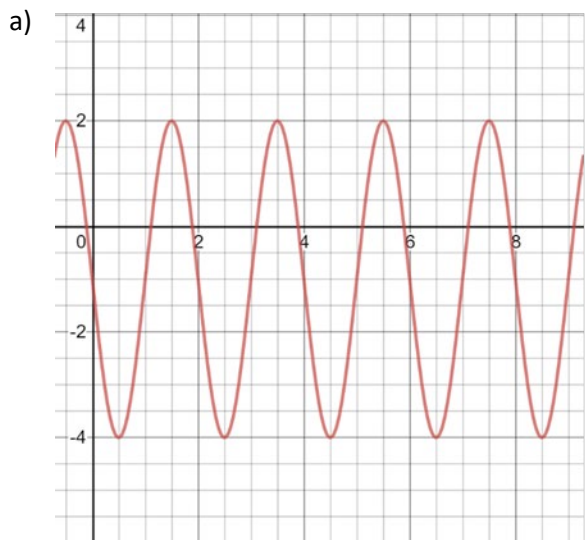
b) $y = \cos(x-1) + 1$

c) $y = \cos(x) + 2$

d) $y = 2 \cos 2x + \sqrt{3}$

e) $y = 5 \cos(2x - 5) + 2$ f) $y = 2 \cos 2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \sqrt{2}$ g) $y = -4 \cos(x-7) + 3$

18- Trouver la règle des fonctions cosinus suivantes.

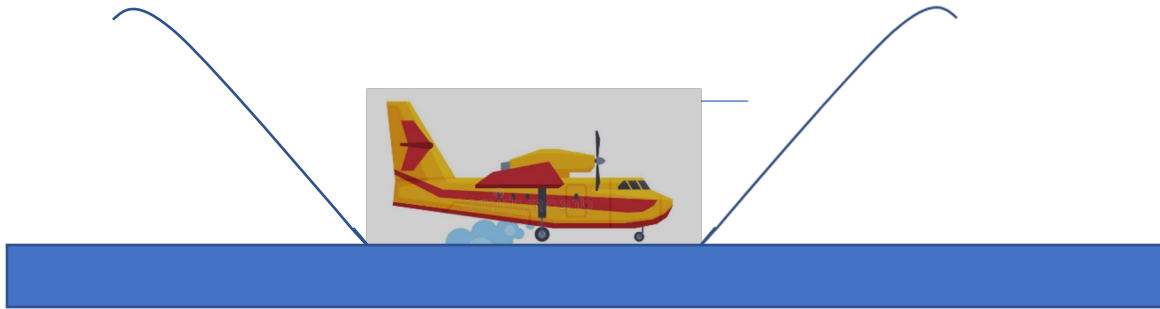


19- Une bille métallique est suspendue à l'extrémité d'un ressort qui oscille dans un mouvement régulier au-dessus d'une table. Par rapport à la table, la hauteur h de la bille, en centimètres, est donnée par l'équation $h(t) = -4 \cos \frac{2\pi}{3} t + 10$, où t est le temps écoulé en secondes depuis le début du mouvement.

a) À quels moments, au cours des 15 premières secondes, la bille est-elle à 12 cm de la table ?

b) Lorsqu'elle cesse d'osciller, à quelle hauteur par rapport à la table la bille se trouve-t-elle ?

20- L'illustration ci-dessous montre la trajectoire d'un avion bombardier d'eau qui s'approvisionne dans un lac.



La règle : $h = 250 \cos \frac{\pi t}{15} + 125$ permet de calculer la hauteur h (en m) de l'avion par rapport à la surface de l'eau lors de cette manœuvre selon le temps t (en s). Combien de temps prend l'avion pour remplir ses réservoirs d'eau?

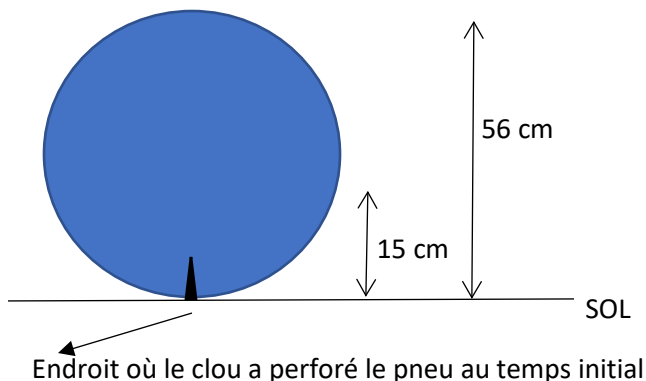
21- Dans un carrousel, la hauteur, en centimètres, depuis le dos d'un cheval de bois jusqu'au sol, varie selon la règle suivante, où x est le temps en secondes:

$$h(x) = 18 \cos \frac{2\pi}{15} x + 95$$

Un tour de manège dure 3 minutes.

- Quel est l'écart entre les hauteurs maximale et minimale enregistrées au cours d'un tour de manège?
- Quel est le temps pour que le manège fasse un tour?
- À quels moments durant les 40 premières secondes, la hauteur a-t-elle été de 104 cm?

22- La roue d'une automobile roulant à vitesse constante met 0,25 seconde pour effectuer un demi-tour. Un clou a perforé le pneu lorsque celui-ci était en contact avec le sol. Sachant que le pneu a un diamètre de 56 cm, trouver tous les moments où le clou a été situé à une hauteur de 15 cm du sol durant la première seconde.



23- Trouver les valeurs de:

$$\begin{array}{llllll} a) \sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} & b) \arccos -1 & c) \sin^{-1} \frac{1}{2} & d) \cos (\cos^{-1} 1) & e) \arcsin \left(\sin \frac{\pi}{2}\right) & f) \sin \left(\arccos \frac{1}{2}\right) \\ g) \arccos \left(\sin \frac{\pi}{6}\right) & h) \sin \left(\cos^{-1} -\frac{1}{2}\right) & i) \cos \left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right) & & & \end{array}$$

24- Démontrer les identités suivantes.

$$a) \tan^2 \theta \cos^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$b) \sin^2 \theta \cot^2 \theta \sec \theta = \cos \theta$$

$$c) \sec \theta - \cos \theta = \sin \theta \tan \theta$$

$$d) (1 - \cos^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta) = \tan^2 \theta$$

$$e) (1 + \tan^2 \theta)(1 - \sin^2 \theta) = 1$$

$$f) (\sec \theta - \tan \theta)^2 = \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}$$

$$g) 1 - 2 \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1$$

$$h) \tan \theta + \cot \theta = \sec \theta \csc \theta$$

25- Prouver les identités trigonométriques suivantes.

$$a) \tan^2 \theta + \sin^2 \theta - \tan^2 \theta \cos^2 \theta = \tan^2 \theta$$

$$b) \frac{\sin \theta \sec \theta \cot \theta}{\csc \theta} = \sin \theta$$

$$c) \cos \theta + \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} = \sec \theta$$

$$d) \sin \theta \sec^2 \theta - \sin \theta \tan^2 \theta = \sin \theta$$

$$e) \sin \theta + \cot \theta \cos \theta = \csc \theta$$

26- Démontrer les identités suivantes.

$$a) \tan \theta (\sin \theta + \cot \theta \cos \theta) = \sec \theta$$

$$b) \sin \theta + \cos \theta \cot \theta = \csc \theta$$

$$c) (\sec \theta + \tan \theta - 1)(\sec \theta - \tan \theta + 1) = 2 \tan \theta$$

$$d) \frac{\cos^2 \theta}{1 - \sin \theta} = 1 + \sin \theta$$

$$e) \frac{1 + \tan^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta} = \tan^2 \theta$$

$$f) \frac{\sin \theta}{\sin \theta + \cos \theta} = \frac{\tan \theta}{1 + \tan \theta}$$

$$g) \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = 2 \sec \theta$$

$$h) \sec \theta - \cos \theta = \sin \theta \tan \theta$$

27- Démontrer les identités suivantes.

$$a) \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \times \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cot^2 \theta} = \sin^2 \theta \sec^2 \theta$$

$$b) \frac{(\sin \theta + \csc \theta)^2 + (\cos \theta + \sec \theta)^2}{\tan^2 \theta + \cot^2 \theta + 7} =$$

$$c) \sec^4 \theta - 1 = 2 \tan^2 \theta + \tan^4 \theta$$

$$d) \sin^4 \theta - \cos^4 \theta = 1 - 2 \cos^2 \theta$$

$$e) (1 + \tan \theta)^2 + (1 - \tan \theta)^2 = 2 \sec^2 \theta$$

$$f) \sin^2 \theta (1 + \cot^2 \theta) + \cos^2 \theta (1 + \tan^2 \theta) = 2$$

$$g) (1 - \sin \theta + \cos \theta)^2 = 2(1 - \sin \theta)(1 + \cos \theta)$$

$$h) \frac{\sec^2 \theta \cot \theta}{\csc^2 \theta} = \tan \theta$$

28- Résoudre les équations suivantes.

$$a) (2 \sin x - 1)(\sin x + 0,5) = 0$$

$$b) \sin x (3 \sin x - 2) = 0$$

$$c) \cos x \sin x = -\cos x$$

$$d) 2 \sec x = \cos x + 1$$

$$e) \tan x + 3 \cot x = 4$$

$$f) 2 - 2 \sin^2 x = 11 \cos x - 5$$

$$g) \cot x - 5 \csc x + 3 \tan x = 0$$