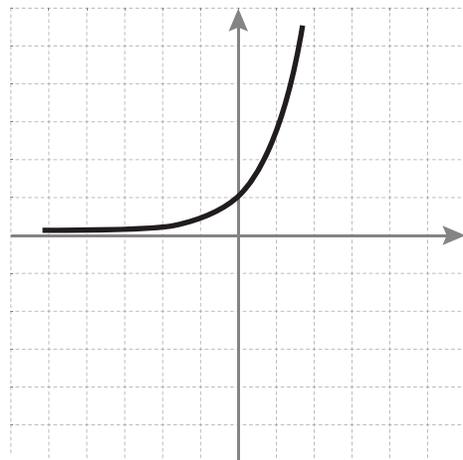


# FONC TIONS

EXPONENTIELLES ET  
LOGARITHMIQUES

LES MÉCHANTS  
BONS PROBLÈMES



## Méchants bons problèmes : Les fonctions exponentielles et logarithmiques

1- Donner les valeurs des trois termes suivants dans ces suites géométriques :

a) 6, 18, 54, 162, ...

b) 2916, 324, 36, ...

2- Déterminer les valeurs des deux termes manquants dans ces suites où chacun des termes est lié au suivant par un même facteur multiplicatif qu'on appelle la raison.

a) 13; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; 1625

b) 4; \_\_\_\_\_; 324; \_\_\_\_\_; 26 244

c) 3,5; \_\_\_\_\_; 56; \_\_\_\_\_; 896 (Notez que le 1<sup>er</sup> terme est 3,5)

3- Écrire les expressions suivantes sous la forme d'une seule puissance.

a)  $\left(\frac{3^2 \cdot 9}{243}\right)^{-3}$

b)  $\frac{49^2 \cdot 343^{-2}}{\sqrt{2401^{-1}}}$

c)  $\sqrt{\frac{2^{-2}}{16^{-1}}}$

4- Indiquer si la situation fait appel à un modèle exponentiel.

a) La population d'une ville augmente de 2,8 % par an.

b) Le remplissage d'une piscine à l'aide d'un boyau à débit constant.

c) La vitesse d'une balle en chute libre selon le temps.

d) La population de bactéries triple toutes les demi-heures.

e) La valeur d'une maison en fonction des années.

5- Écrire chacune des égalités suivantes sous la forme logarithmique.

a)  $3^4 = 81$

b)  $144^{\frac{1}{2}} = 12$

c)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$

6- Écrire chacune des égalités suivantes sous la forme exponentielle.

a)  $\log_2 16 = 4$

b)  $\log_5 1 = 0$

c)  $\log 1000 = 3$

7- Calculer, sans calculatrice, les logarithmes suivants:

a)  $\log_5 25$

b)  $\log_3 \frac{1}{81}$

c)  $\log_{\frac{1}{2}} 8$

8-

Écrivez ces règles sous forme canonique à 3 paramètres. (a, h et k)

a)  $y = -2 \left(\frac{1}{3}\right)^{-3x+12} - 5$

b)  $y = 7 \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+6} + 1$

9- La règle d'une fonction exponentielle est  $f(x) = -3(10)^{-2x+10} + 7$

a) Déterminer l'équation de l'asymptote.

b) Représenter graphiquement la fonction  $f$ .

10- Tracer le graphique des fonctions dont les règles sont les suivantes :

a)  $f_1(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x + 5$

b)  $f_2(x) = 5(3)^{-2x-8} - 1$

c)  $f_3(x) = -2\left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$

11- Soit une fonction exponentielle dont la règle est donnée sous la forme canonique  $f(x) = ac^{x-h} + k$ . Selon cette règle, indique si les énoncés suivants sont vrais ou faux.

**a)** Seule la valeur du paramètre  $k$  influence la position de l'asymptote.

**b)** Si la valeur de  $a$  est négative, alors la fonction est décroissante.

**c)** La fonction  $f$  possède un extremum dont la valeur correspond à celle de  $k$ .

**d)** L'asymptote à la courbe de la fonction réciproque est verticale.

12- Trouver les zéros des fonctions suivantes sans les logarithmes.

a)  $f(x) = 3(2)^{3x-3} - 96$

b)  $f(x) = 4(3)^{x+5} - 4$

13- Résoudre les équations suivantes sans les logarithmes.

a)  $375 = 3\left(\frac{1}{25}\right)^{2x+1}$

b)  $-3e^{2x-1} + 3 = 0$

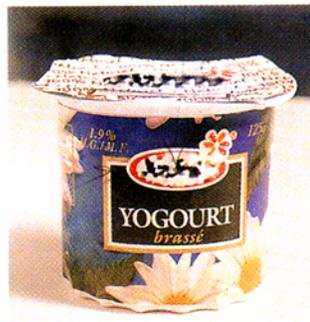
c)  $3^{2x+1} \cdot 9^{x+2} = \frac{1}{81}$

d)  $\frac{8^{2x}}{4^{2x-1}} = 16^x$

14- Tracer le graphique de la fonction suivante :  $f(x) = -2e^{x+7} - 10$

15- Résoudre l'équation suivante :  $e^{2x-3} = \left(\frac{1}{e}\right)^{-19}$

16- Dans un contenant d'un litre de lait, on compte 500 bactéries par centimètre cube. Si on laisse le lait à une température de 22 °C, ce nombre de bactéries triple toutes les heures. Lorsque le lait contient plus de 20 000 bactéries par centimètre cube, il est considéré comme impropre à la consommation. Dans combien de temps le lait sera-t-il avarié?



**17-** La dégradation de différents produits dans un site d'enfouissement se traduit par des fonctions exponentielles où  $P$  est la masse restante après  $x$  années après l'enfouissement. Pour chacun de ces produits trouvez le temps nécessaire à sa dégradation complète :

a) Gomme à mâcher :  $P = 2(0,8706)^x - 1$

b) Sac de plastique :  $P = 2(0,9985)^x - 1$

b) Pile alcaline :  $P = 2(0,9999)^x - 1$

**18-** La demi-vie d'un élément radioactif est le temps nécessaire pour que la moitié de ses atomes se désintègrent. Voici la demi-vie de deux de ces éléments.

Plutonium 239 : 24 000 ans

Uranium 235 :  $7,1 \times 10^8$  ans

Pour chacun des éléments radioactifs suivants, calculez le temps requis pour obtenir 51,25 g de cet élément si sa masse initiale est de 410 g.

**19-** Collette désire faire fructifier son argent à la banque. Elle veut faire un placement de 3000\$ où le taux d'intérêt annuel est de 4%, composé tous les 4 mois. Dans combien d'années, la valeur de son placement sera de 20 000\$ ?

**20-** Dans le cadre d'une expérience de laboratoire, on étudie l'extinction d'une espèce particulière de grenouilles. Au départ, il y a 2000 grenouilles heureuses. On remarque que le nombre diminue de 10 % à tous les 7 jours. Après combien de jours, pourra-t-on dénombrer une seule grenouille?

**21-** Yvon Fairfallitte désire acheter une *Audi R8* au montant de 78 000\$, il possède présentement 1800\$. Comme il ne possède évidemment pas l'argent pour effectuer l'achat, il décide de faire un placement afin d'obtenir la somme nécessaire. Le taux d'intérêt en vigueur est de 2,4% annuellement, dans combien d'années pourra-t-il acheter son rêve si les intérêts sont capitalisés tous les 6 mois?

**22-** Trouver les zéros des fonctions suivantes

a)  $y = -2 \left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1} + 14$

b)  $y = 5 (3)^{2x-6} - 20$

c)  $y = 3 e^{5x-2} - 19$

**23-** Vrai ou Faux ?

a) Un logarithme peut être négatif?

b) L'argument d'un logarithme peut être négatif ?

**24-**

Écris chacune des expressions numériques suivantes en utilisant un seul logarithme.

**a)**  $\log_2 5 + \log_2 8$       **b)**  $\log_4 45 - \log_4 3$       **c)**  $\ln 7 + \ln 8 - \ln 4$   
**d)**  $2 \log 25 - 3 \log 5$       **e)**  $\log_2 0,5 + \log_2 4 + 3 \log_2 3$       **f)**  $\frac{\log_2 9}{\log_2 10} - \log 3$

**25-** Écrire à l'aide d'un seul logarithme :

**a)**  $\log(x+2) + \log 4 - 2 \log x$       **b)**  $\log_a t - 2 \log_a 3t + 3 \log_a 2t$

**26-**

Déterminer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

**a)**  $\log_2 4 + \log_2 8 = 5$       **b)**  $\log_5 16 - \log_5 2 = \log_5 8$       **c)**  $\log_3 8 = 3 \log_3 2$   
**d)**  $\log_5 \left( \frac{8}{13} \right) = \frac{\log_5 8}{\log_5 13}$       **e)**  $\log(4 + 11) = \log 4 \cdot \log 11$       **f)**  $\frac{\log_c 7}{\log_c 12} = \log_7 12$   
**g)**  $\log_c \left( \frac{3}{2} \right) = \left( \frac{1}{2} \right) \log_c 3$       **h)**  $\log 6 - 4 \log 2 = \log \left( \frac{6}{2} \right)$       **i)**  $\log(2,5^3)^2 = 6 \log 2,5$

**27-** Trouver le zéro de la fonction logarithme suivante :  $h(x) - 3 \log_{1/2}(0,5x+0,5) - 6$

**28-** Tracer l'esquisse et trouver les zéros des fonctions suivantes

**a)**  $f(x) = -4 \log_{1/3}(-2x + 4) - 12$

**b)**  $g(x) = -2 \log_3(4x) + 6$

**29-** Vrai ou Faux ?

- a)** Seule la valeur du paramètre  $h$  influence la position de l'asymptote.
- b)** Si la base  $c \in ]0,1[$ , alors la fonction est automatiquement décroissante.
- c)** Une fonction logarithme possède toujours un zéro.
- d)** Une fonction logarithme possède toujours une ordonnée à l'origine.
- e)** Le domaine de  $f$  est  $]-\infty, h[$  ou  $]h, +\infty[$  est son image est  $\mathbb{R}$

**30-** Résoudre les équations logarithmiques suivantes en tenant compte des restrictions de chacune.

**a)**  $\log_3 x + \log_3 2 = 4$       **b)**  $3 \log(0,5x+2)^2 - 1 = 5$       **c)**  $\log_6(x+3) + \log_6(x-2) = 1$

**d)**  $\log_7(14x) = \log_7(x-5) + 2$

**31-** Trouver la règle de la réciproque de :

a)  $y = -2 \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} + 7$

b)  $y = 3\ln(x+2) - 5$

**32-** Résoudre les équations suivantes :

a)  $4^{3-2x} = 5^{3x}$

b)  $\frac{3^{x+1}}{6^{4x+5}} = 2^x$

c)  $2^{x-1} = 5 \cdot 7^{3x}$

d)  $3^{x+5} \cdot 2^{3x-1} = 5^{-2x+6}$

e)  $2,5 \cdot 10^x = 6 \cdot e^{4x-3}$