

Chapitre 14 : Dérivée des fonctions trigonométriques

Durant notre cours de mathématiques de 5^{ème} secondaire, nous avons étudié de long et en large les fonctions trigonométriques sinus, cosinus et tangente. Nous aborderons dans ce présent chapitre l'étude des dérivées de ces trois fonctions.

14.1 Dérivée de fonctions sinus

Proposition 1 : Si $H(x) = \sin x$, alors $H'(x) = \cos x$

Exemple 14.1

Calculons la dérivée de $f(x) = 2x\sin x$

$$f'(x) = (2x)' \sin x + 2x(\sin x)' \quad \text{Proposition 5 (du chap. 8)}$$

$$f'(x) = 2\sin x + 2x\cos x \quad \text{Proposition 1}$$

Exemple 14.2

Calculons la dérivée de $f(x) = \sin^4 x$

$$f'(x) = 4\sin^3 x (\sin x)' \quad \text{Dérivation en chaîne (proposition 8) chapitre 10}$$

$$= 4\sin^3 x \cos x$$

Voici un bref rappel de ce qu'est la dérivation en chaîne. Cette méthode pour trouver la dérivée d'une fonction composée est très similaire à la proposition 7 vue au chapitre 10. La règle de la dérivation en chaîne est en quelque sorte sa généralisation.

Règle de dérivation en chaîne :

Proposition 8 du chapitre 8:

Si $H(x) = f[g(x)]$, alors $H'(x) = f'([g(x)])g'(x)$

Voici un exemple simple pour vous permettre de constater que cette proposition est facile à appliquer.

Calculons la dérivée de $H(x) = (x^3 + 5x)^7$

Si $H'(x) = r[f(x)]^{r-1}f'(x)$, proposition 7 alors

$$H'(x) = 7(x^3 + 5x)^6(x^3 + 5x)'$$

$$H'(x) = 7(x^3 + 5x)^6(3x^2 + 5)$$

Nous pouvons prendre le traitement de deux fonctions de manière distincte,

soit $f(x) = x^7$ et $g(x) = x^3 + 5x$, voici donc une autre façon de trouver cette même dérivée soit avec la règle de la dérivée en chaîne:

Si $f(x) = x^7$, alors $f'(x) = 7x^6$ et si $g(x) = x^3 + 5x$, alors $g'(x) = 3x^2 + 5$

Par la proposition 8 :

$$H'(x) = f'([g(x])]g'(x)$$

$$= 7[g(x)]^6(3x^2 + 5)$$

Comme vu dans notre cours (**Compositions de fonctions** : On met $g(x) : (x^3 + 5x)$ dans la fonction $f'(x) = 7x^6$ à la place du x .

$$= 7(x^3 + 5x)^6(3x^2 + 5)$$

Revenons au but de ce chapitre, soit les dérivées des fonctions trigonométriques.

Proposition 1' : Si $H(x) = \sin f(x)$, alors $H'(x) = [\cos f(x)]f'(x)$

Exemple 14.3

Calculons la dérivée de : $H(x) = \sin(3x^4 - 2x^3)$ alors,

$$H'(x) = \cos(3x^4 - 2x^3)(3x^4 - 2x^3)' \text{ Proposition 1' et dérivation en chaîne}$$

$$H'(x) = \cos(3x^4 - 2x^3)(12x^3 - 6x^2)$$

Exemple 14.4

Si $f(x) = \sin^3(x^2 - \sin x)$, alors

$$f'(x) = [\sin^3(x^2 - \sin x)]'$$

$$f'(x) = 3\sin^2(x^2 - \sin x)[\sin(x^2 - \sin x)]' \quad \text{Dérivation en chaîne}$$

$$f'(x) = 3\sin^2(x^2 - \sin x) \cos(x^2 - \sin x)(x^2 - \sin x)' \quad \text{Proposition 1'}$$

$$f'(x) = 3\sin^2(x^2 - \sin x) \cos(x^2 - \sin x)(2x - \cos x)$$

Exercice 14.1

Calculer les dérivées des fonctions sinus suivantes :

a) $f(x) = x^4 \sin x$

b) $f(x) = \sin \frac{x^2}{x-1}$

c) $f(x) = x \sin^5(x^2 - 6)$

d) $f(x) = \frac{1}{\sin x}$

14.2 Dérivée de fonctions cosinus

Proposition 2 : Si $H(x) = \cos x$, alors $H'(x) = -\sin x$

Exemple 14.5

$$f(x) = \sqrt{\cos x}$$

$$f(x) = (\cos x)^{\frac{1}{2}} \text{ alors,}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(\cos)^{\frac{-1}{2}} (\cos x)' \quad \text{dérivation en chaîne}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(\cos)^{\frac{-1}{2}} (-\sin x) \quad \text{Proposition 2}$$

$$f'(x) = \frac{-\sin x}{2(\cos x)^{\frac{1}{2}}}$$

$$f'(x) = \frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$$

Proposition 2' : Si $H(x) = \cos f(x)$, alors $H'(x) = [-\sin f(x)]f'(x)$

Exemple 14.6

Calculons la dérivée

$$f(x) = \cos(3x^2), \text{ alors}$$

$$f'(x) = -\sin(3x^2)[3x^2]' \quad \textit{Proposition 2'}$$

$$f'(x) = -\sin(3x^2) [6x]$$

$$f'(x) = -6x \sin 3x^2$$

Exercice 14.2

Calculer les dérivées des fonctions cosinus suivantes :

a) $f(x) = \cos 2x - \cos^3 x$

b) $f(x) = \frac{3x}{\cos x}$

c) $f(x) = \cos^4(2x^5 - 3)$

Poursuivons afin de trouver les dérivées de fonctions trigonométriques plus complexes. Vous verrez, ayant compris les dérivées des fonctions sinus et cosinus, il suffira de traiter le calcul de ces dérivées dans le même esprit.

Exemple 14.7

Calculons la dérivée de :

$$f(x) = \cos x^2 - 5 \sin(3x - x^2)$$

$$\text{Donc, } f'(x) = [\cos x^2]' - [5 \sin(3x - x^2)]'$$

$$f'(x) = -\sin x^2(x^2)' - 5 \cos(3x - x^2)(3x - x^2)' \quad \textit{Propositions 1' et 2'}$$

$$f'(x) = -\sin x^2(2x) - 5 \cos(3x - x^2)(3 - 2x)$$

$$f'(x) = -2x \sin x^2 - 5(3 - 2x) \cos(3x - x^2)$$

$$f'(x) = -2x \sin x^2 - (15 + 10x) \cos(3x - x^2)$$

$$f'(x) = -2x \sin x^2 - 15 \cos(3x - x^2) + 10x \cos(3x - x^2)$$

En voici un à la hauteur de votre intelligence... En y allant étape par étape, proposition par proposition, nous y arriverons peu importe sa complexité!

Exemple 14.8

Calculons la dérivée de :

$$f(x) = \sin^3(x^2 + 5) + \cos^2(2x^4 + 1)$$

$$\text{Donc, } f'(x) = [\sin^3(x^2 + 5)]' + [\cos^2(2x^4 + 1)]'$$

$f'(x) = 3\sin^2(x^2 + 5)[\sin(x^2 + 5)]' + 2\cos(2x^4 + 1)[\cos(2x^4 + 1)]'$ *Dérivation en chaîne à deux reprises*

$$f'(x) = 3\sin^2(x^2 + 5)\cos(x^2 + 5)(x^2 + 5)' + 2\cos(2x^4 + 1)(-\sin(2x^4 + 1))(2x^4 + 1)'$$

Propositions 1' et 2'

$$f'(x) = 3\sin^2(x^2 + 5)\cos(x^2 + 5)(2x) + 2\cos(2x^4 + 1)(-\sin(2x^4 + 1))(8x^3)$$

$$f'(x) = 6x\sin^2(x^2 + 5)\cos(x^2 + 5) - 16x^3\cos(2x^4 + 1)(\sin(2x^4 + 1))$$

Voilà!

Exercice 14.3

Calculer les dérivées de fonctions suivantes :

a) $f(x) = \cos(x^4 + \sin x)$

b) $f(x) = \cos(\sin x) - \sin(\cos x)$

c) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cos(-x^3)$

14.3 Dérivée des fonction tangente, cotangente, sécante et cosécante

Proposition 3 : Si $H(x) = \tan x$, alors $H'(x) = \sec^2 x$

À défaut de n'avoir pas fait la preuve des propositions précédentes, je me dois d'au moins prouver cette proposition 3.

Si $H'(x) = (\tan x)' = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)' \text{ Identité bien connue de mon cours} \dots$

$$f'(x) = \frac{(\sin x)' \cos x - \sin x (\cos x)'}{\cos^2 x} \text{ dérivée d'un quotient}$$

$$f'(x) = \frac{\cos x \cos x - \sin x (-\sin x)}{\cos^2 x} \text{ propositions 1 et 2}$$

$$f'(x) = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \text{car } \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$f'(x) = \sec^2 x \quad \text{car } \frac{1}{\cos x} = \sec x$$

Avouez que c'est une belle preuve!

Exemple 14.9

Calculons la dérivée de :

$$f(x) = x^5 \tan x \text{ alors,}$$

$$f'(x) = (x^5)' \tan x + x^5 (\tan x)' \text{ Dérivée d'un produit}$$

$$f'(x) = 5x^4 \tan x + x^5 \sec^2 x \text{ Proposition 3}$$

Proposition 3' : Si $H(x) = \tan f(x)$, alors $H'(x) = [\sec^2 f(x)]f'(x)$

Exemple 14.10

Calculons la dérivée de :

$$f(x) = \tan(x^2 - 3x) \text{ alors,}$$

$$f'(x) = \sec^2(x^2 - 3x)[(x^2 - 3x)']' \text{ proposition 3'}$$

$$f'(x) = \sec^2(x^2 - 3x)(2x - 3)$$

$$f'(x) = (2x - 3)\sec^2(x^2 - 3x)$$

Proposition 4 : Si $H(x) = \cot x$, alors $H'(x) = -\csc^2 x$

Exemple 14.11

Calculons la dérivée de :

$$f(x) = \frac{2x + x^3}{\cot x} \quad \text{alors,}$$

$$f'(x) = \frac{(2x + x^3)' \cot x - (2x + x^3)(\cot x)'}{\cot^2 x} \quad \text{Dérivée d'un quotient}$$

$$f'(x) = \frac{(2 + 3x^2) \cot x - (2x + x^3)(-\csc^2 x)}{\cot^2 x} \quad \text{Proposition 4}$$

$$f'(x) = \frac{(2 + 3x^2) \cot x + (2x + x^3)(\csc^2 x)}{\cot^2 x}$$

Proposition 4' : Si $H(x) = \cot f(x)$, alors $H'(x) = [-\csc^2 f(x)] f'(x)$

Exemple 14.12

Calculons la dérivée de :

$$f(x) = x + \cot(\sin x) \quad \text{alors,}$$

$$f'(x) = (x)' + [\cot(\sin x)]'$$

$$f'(x) = 1 + [-\csc^2(\sin x)] (\sin x)' \quad \text{Proposition 4'}$$

$$f'(x) = 1 + [-\csc^2(\sin x)] \cos x \quad \text{Proposition 1}$$

$$f'(x) = 1 - \cos x \csc^2(\sin x)$$

Proposition 5 : Si $H(x) = \sec x$, alors $H'(x) = \sec x \tan x$

À défaut de vous offrir un exemple, je trouvais plus pertinent de présenter la preuve de cette proposition.

$$H'(x) = (\sec x)' = \left(\frac{1}{\cos x} \right)' = \frac{(1)' \cos x - 1 (\cos x)'}{\cos^2 x}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{0 - 1(-\sin x)}{\cos^2 x} \\
&= \frac{\sin x}{\cos^2 x} \\
&= \left(\frac{1}{\cos x}\right) \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right) \\
&= \sec x \tan x \quad \text{Voilà}
\end{aligned}$$

Proposition 5' : Si $H(x) = \sec f(x)$, alors $H'(x) = [\sec f(x) \tan f(x)] f'(x)$

Exemple 14.13

Calculons la dérivée de :

$$f(x) = \sec(4x^2 - 5x + 2), \text{ alors}$$

$$f'(x) = \sec(4x^2 - 5x + 2) \tan(4x^2 - 5x + 2) (4x^2 - 5x + 2)' \quad \text{proposition 5'}$$

$$f'(x) = \sec(4x^2 - 5x + 2) \tan(4x^2 - 5x + 2) (8x - 5)$$

$$f'(x) = (8x - 5) \sec(4x^2 - 5x + 2) \tan(4x^2 - 5x + 2)$$

Proposition 6 : Si $H(x) = \csc x$, alors $H'(x) = -\csc x \cot x$

Exemple 14.14

Calculons la dérivée de :

$$f(x) = 6x^2 \csc x \text{ alors,}$$

$$f'(x) = (6x^2)' \csc x + 6x^2 (\csc x)' \quad \text{Dérivée d'un produit}$$

$$f'(x) = 12x \csc x + 6x^2 (-\csc x) \cot x \quad \text{Proposition 6}$$

$$f'(x) = 12x \csc x - 6x^2 \csc x \cot x$$

Proposition 6' : Si $H(x) = \csc f(x)$, alors $H'(x) = [-\csc f(x) \cot f(x)] f'(x)$

Exemple 14.15

Calculons la dérivée de :

$$f(x) = \csc^4(6 + x^5) \quad \text{alors,}$$

$$f'(x) = 4\csc^3(6 + x^5)[\csc(6 + x^5)]' \quad \text{Dérivation en chaîne}$$

$$f'(x) = 4\csc^3(6 + x^5)[- \csc(6 + x^5)\cot(6 + x^5)] (6 + x^5)' \quad \text{Proposition 6'}$$

$$f'(x) = 4\csc^3(6 + x^5)[- \csc(6 + x^5)\cot(6 + x^5)] (5x^4)$$

$$f'(x) = -20x^4\csc^4(6 + x^5)\cot(6 + x^5)$$

Exercice 14.4

Calculer les dérivées des fonctions trigonométriques suivantes :

a) $f(x) = \sec(3x) + \tan(2x^3 - 5x)$

b) $f(x) = \sin[\cos(2x)]$

c) $f(x) = \sqrt{\cot x} + \sec x$

d) $f(x) = \tan^2 3x + \sec^4(5x)$

e) $f(x) = 7x^3 - 4 \sin(3x) + \csc(2 - x^3)$

f) $f(x) = \cot\left(\frac{x+5}{x-1}\right)$

g) $f(x) = \frac{\tan 5x}{3 - \cot 3x}$

Réponses

Exercice 14.1

a) $f(x) = x^4 \sin x$ alors,

$$f'(x) = (x^4)' \sin x + x^4 (\sin x)' \quad \text{Dérivée d'un produit}$$

$$f'(x) = 4x^3 \sin x + x^4 \cos x$$

b) $f(x) = \sin \frac{x^2}{x-1}$ alors,

$$f'(x) = [\cos f(x)]f'(x) \quad \text{Proposition 1'}$$

$$f'(x) = \left[\cos \frac{x^2}{x-1} \right] \frac{(x^2)'(x-1) - x^2(x-1)'}{(x-1)^2} \quad \text{Dérivée d'un quotient}$$

$$f'(x) = \left[\cos \frac{x^2}{x-1} \right] \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} \quad \text{Dérivée d'un quotient}$$

$$f'(x) = \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} \cos \left(\frac{x^2}{x-1} \right) \text{ par pur esthétisme ...}$$

c) $f(x) = x \sin^5(x^2 - 6)$ alors,

$$f'(x) = (x)' \sin^5(x^2 - 6) + x (\sin^5(x^2 - 6))' \quad \text{Dérivée d'un produit}$$

$$f'(x) = \sin^5(x^2 - 6) + x [5 \sin^4(x^2 - 6)][\sin(x^2 - 6)]' \quad \text{Dérivation en chaîne}$$

$$f'(x) = \sin^5(x^2 - 6) + x [5 \sin^4(x^2 - 6)][\cos(x^2 - 6)](x^2 - 6)' \quad \text{proposition 1'}$$

$$f'(x) = \sin^5(x^2 - 6) + x [5 \sin^4(x^2 - 6)][\cos(x^2 - 6)]2x$$

$$f'(x) = \sin^5(x^2 - 6) + 10x^2 \sin^4(x^2 - 6) \cos(x^2 - 6)$$

$$\text{d) } f(x) = \frac{1}{\sin x} \text{ alors,}$$

$$f'(x) = [(\sin x)^{-1}]'$$

$$f'(x) = -\sin^{-2} x (\sin x)'$$

$$f'(x) = -\sin^{-2} x \cos x$$

$$f'(x) = \frac{-\cos x}{\sin^2 x}$$

Exercice 14.2

$$\text{a) } f(x) = \cos 2x - \cos^3 x \text{ alors,}$$

$$f'(x) = (\cos 2x)' - (\cos^3 x)'$$

$$f'(x) = (-\sin 2x)2 - 3(\cos^2 x)(\cos x)' \quad \text{Proposition 2' et dérivation en chaîne}$$

$$f'(x) = -2\sin 2x - 3(\cos^2 x)(-\sin x) \quad \text{Proposition 2}$$

$$f'(x) = -2\sin 2x + 3\cos^2 x \sin x$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{3x}{\cos x} \text{ alors,}$$

$$f'(x) = \frac{(3x)' \cos x - 3x (\cos x)'}{\cos^2 x} \quad \text{Dérivée d'un quotient}$$

$$f'(x) = \frac{3\cos x - 3x(-\sin x)}{\cos^2 x} \quad \text{Proposition 2}$$

$$f'(x) = \frac{3\cos x + 3x \sin x}{\cos^2 x}$$

$$\text{c) } f(x) = \cos^4(2x^5 - 3) \text{ alors,}$$

$$f'(x) = 4\cos^3(2x^5 - 3)[\cos(2x^5 - 3)]' \quad \text{Dérivation en chaîne}$$

$$f'(x) = 4\cos^3(2x^5 - 3)[- \sin(2x^5 - 3)](2x^5 - 3)' \quad \text{Proposition 2'}$$

$$f'(x) = 4\cos^3(2x^5 - 3)[- \sin(2x^5 - 3)](10x^4)$$

$$f'(x) = -40x^4 \cos^3(2x^5 - 3) \sin(2x^5 - 3)$$

Exercice 14.3

a) $f(x) = \cos(x^4 + \sin x)$ alors,

$$f'(x) = -\sin(x^4 + \sin x)(x^4 + \sin x)' \quad \text{Proposition 2'}$$

$$f'(x) = \sin(x^4 + \sin x)(4x^3 + \cos x) \quad \text{Proposition 1}$$

b) $f(x) = \cos(\sin x) - \sin(\cos x)$ alors,

$$f'(x) = -\sin(\sin x)(\sin x)' - \cos(\cos x)(\cos x)' \quad \text{Proposition 1' et 2'}$$

$$f'(x) = -\sin(\sin x)\cos x - \cos(\cos x)(\sin x)$$

$$f'(x) = -\cos x \sin(\sin x) - \sin x \cos(\cos x)$$

c) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cos(-x^3)$ alors,

$$f'(x) = \left[\sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \right]' \cos(-x^3) + \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) [\cos(-x^3)]' \quad \text{dérivée d'un produit}$$

$$f'(x) = \cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)' \cos(-x^3) + \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) [-\sin(-x^3)](-x^3)' \quad \text{Propositions 1' et 2'}$$

$$f'(x) = \cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \frac{(1)' \sqrt{x} - 1 (\sqrt{x})'}{\sqrt{x}^2} \cos(-x^3) + \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) [-\sin(-x^3)](-3x^2) \quad \text{Dérivée d'un quotient}$$

$$f'(x) = \cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \frac{0 - 1 \left(x^{\frac{1}{2}}\right)'}{x} \cos(-x^3) + 3x^2 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \sin(-x^3)$$

$$f'(x) = \cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \frac{-\frac{1}{2} \left(x^{-\frac{1}{2}}\right)}{x} \cos(-x^3) + 3x^2 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \sin(-x^3)$$

$$f'(x) = \cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \frac{-\frac{1}{2}}{x\sqrt{x}} \cos(-x^3) + 3x^2 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \sin(-x^3)$$

$$f'(x) = \cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \left(\frac{-1}{2x\sqrt{x}}\right) \cos(-x^3) + 3x^2 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \sin(-x^3)$$

$$f'(x) = \left(\frac{-1}{2x\sqrt{x}}\right) \cos\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cos(-x^3) + 3x^2 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \sin(-x^3)$$

Exercice 14.4

a) $f(x) = \sec(3x) + \tan(2x^3 - 5x)$ alors,

$$f'(x) = [\sec(3x)]' + [\tan(2x^3 - 5x)]'$$

$$f'(x) = \sec(3x) \tan 3x (3x)' + \sec^2(2x^3 - 5x)(2x^3 - 5x)' \quad \text{Propositions 5' et 3'}$$

$$f'(x) = \sec(3x) \tan 3x (3) + \sec^2(2x^3 - 5x)(6x^2 - 5) \quad \text{Propositions 5' et 3'}$$

$$f'(x) = 3\sec(3x) \tan 3x + (6x^2 - 5) \sec^2(2x^3 - 5x) \quad \text{Propositions 5' et 3'}$$

b) $f(x) = \sin[\cos(2x)]$ alors,

$$f'(x) = \cos[\cos(2x)][\cos(2x)]' \quad \text{Proposition 2'}$$

$$f'(x) = \cos[\cos(2x)] [-\sin(2x)] (2x)' \quad \text{Proposition 1'}$$

$$f'(x) = \cos[\cos(2x)] [-\sin(2x)] (2)$$

$$f'(x) = -2\cos[\cos(2x)] \sin(2x)$$

c) $f(x) = \sqrt{\cot x} + \sec x$ comme,

$$f(x) = (\cot x)^{\frac{1}{2}} + \sec x \quad \text{alors,}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cot^{-\frac{1}{2}} x (\cot x)' + \sec x \tan x \quad \text{Dérivation en chaîne et proposition 5}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cot^{-\frac{1}{2}} x (-\csc^2 x) \sec x \tan x \quad \text{Proposition 4}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2 \cot^{\frac{1}{2}} x} (-\csc^2 x) \sec x \tan x$$

$$f'(x) = \frac{1}{2 \sqrt{\cot x}} (-\csc^2 x) \sec x \tan x$$

$$f'(x) = \frac{(-\csc^2 x) \sec x \tan x}{2 \sqrt{\cot x}}$$

$$\text{d) } f(x) = \tan^2 3x + \sec^4(5x) \text{ alors,}$$

$$f'(x) = [\tan^2(3x)]' + [\sec^4(5x)]'$$

$$f'(x) = 2 \tan(3x) [\tan(3x)]' + 4 \sec^3(5x) [\sec(5x)]' \text{ Dérivations en chaîne}$$

$$f'(x) = 2 \tan(3x) \sec^2(3x)(3x)' + 4 \sec^3(5x) \sec(5x) \tan(5x)(5x)' \text{ Propositions 3' et 5'}$$

$$f'(x) = 2 \tan(3x) \sec^2(3x)(3) + 4 \sec^3(5x) \sec(5x) \tan(5x)(5)$$

$$f'(x) = 6 \tan(3x) \sec^2(3x) + 20 \sec^4(5x) \tan(5x)$$

$$\text{e) } f(x) = 7x^3 - 4 \sin(3x) + \csc(2 - x^3), \text{ alors}$$

$$f'(x) = 21x^2 - 4 \cos(3x)(3x)' - \csc(2 - x^3) \cot(2 - x^3)(2 - x^3)' \text{ propositions 2' et 6'}$$

$$f'(x) = 21x^2 - 4 \cos(3x)(3) - \csc(2 - x^3) \cot(2 - x^3)(-3x^2)$$

$$f'(x) = 21x^2 - 12 \cos(3x) + 3x^2 \csc(2 - x^3) \cot(2 - x^3)$$

$$\text{f) } f(x) = \cot\left(\frac{x+5}{x-1}\right) \text{ alors,}$$

$$f'(x) = -\csc^2\left(\frac{x+5}{x-1}\right) \left(\frac{x+5}{x-1}\right)' \text{ Proposition 4'}$$

$$f'(x) = -\csc^2\left(\frac{x+5}{x-1}\right) \left[\frac{(x+5)'(x-1) - (x+5)(x-1)'}{(x-1)^2} \right] \text{ Dérivée d'un quotient}$$

$$f'(x) = -\csc^2\left(\frac{x+5}{x-1}\right) \left[\frac{1(x-1) - (x+5)(1)}{(x-1)^2} \right]$$

$$f'(x) = -\csc^2\left(\frac{x+5}{x-1}\right) \left[\frac{-6}{(x-1)^2} \right]$$

$$f'(x) = \frac{6}{(x-1)^2} \csc^2\left(\frac{x+5}{x-1}\right)$$

g) $f(x) = \frac{\tan 5x}{3 - \cot 3x}$ alors

$$f'(x) = \frac{(\tan 5x)'(3 - \cot 3x) - (\tan 5x)(3 - \cot 3x)'}{(3 - \cot 3x)^2} \quad \text{dérivée d'un quotient}$$

$$f'(x) = \frac{(\sec^2(5x)(5x)'(3 - \cot 3x) - (\tan 5x)(-[-\csc^2 3x])(3x)')}{(3 - \cot 3x)^2} \quad \text{Propositions 3' et 4'}$$

$$f'(x) = \frac{(\sec^2(5x)(5)(3 - \cot 3x) - (\tan 5x) \csc^2(3x)(3))}{(3 - \cot 3x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{5\sec^2 5x[3 - \cot 3x] - 3 \tan 5x \csc^2 3x}{(3 - \cot 3x)^2}$$